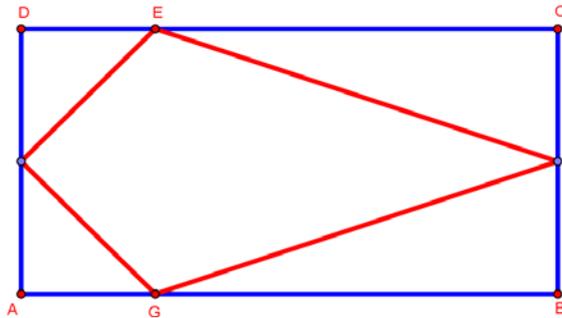




## Construcciones. Proporciones. Áreas

### Rectángulo y Cometa

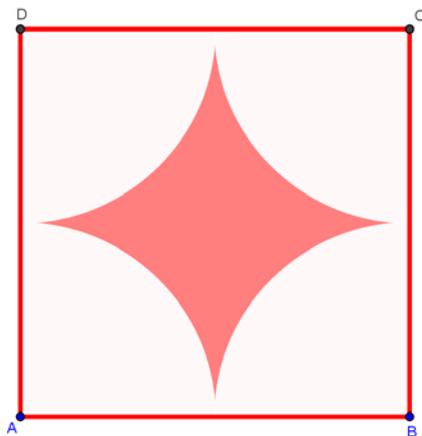
Dibuja una cometa inscrita en un rectángulo



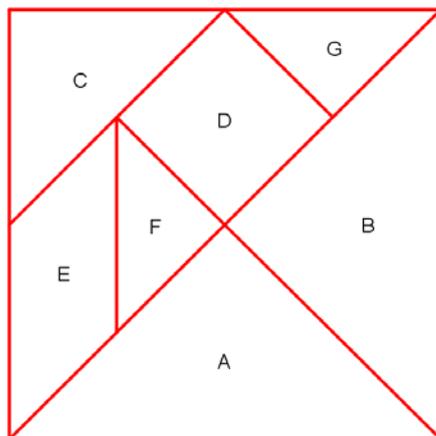
- ¿Qué relación hay entre sus áreas respectivas?
- ¿Cómo cambiará el perímetro de la cometa a medida que E y G se muevan? Si E y G se encuentran en el punto medio de los lados del rectángulo ¿qué figura se obtiene? ¿cuál es su perímetro?

### Área

Dibuja la siguiente figura y calcula el área sombreada.



### Tangram



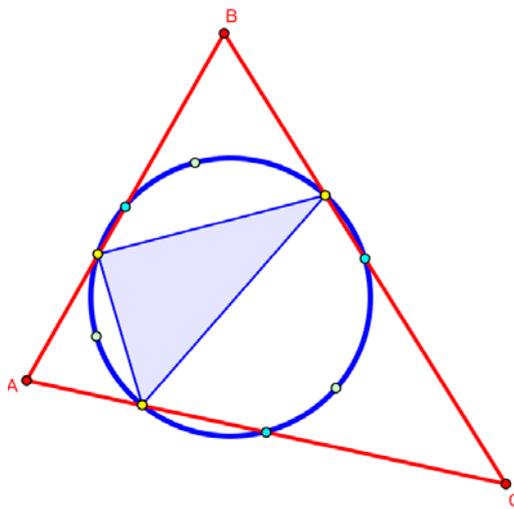
- Dibuja las 7 piezas correspondientes al Tangram chino.
- Encuentra el área de cada figura A, B, C, D, E, F y G.
- Compara la superficie de las piezas y prueba que la suma de las superficies de las piezas D, F y G coincide con la superficie de la pieza A.



Soluciones: En mi página web <http://www.telefonica.net/web2/lasrotas/Matematicas.htm> si seleccionamos el icono **GeoGebra** que se encuentra en la parte superior y luego seleccionamos el enlace **Ejemplos realizados por Juan Bragado Rodríguez**, se abrirá una ventana en cuya parte superior izquierda están todas las construcciones que vienen a continuación.

### **Circunferencia de Feuerbach. Triángulo Órtico**

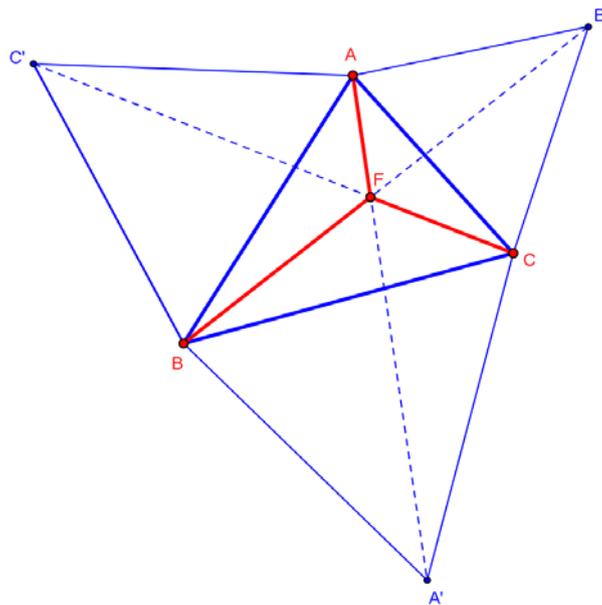
Dibuja un triángulo ABC y representa los puntos medios de los tres lados (puntos azules). Calcula los puntos en los que las tres alturas cortan a los tres lados (puntos amarillos). Calcula los puntos medios de los segmentos que unen el Ortocentro (punto donde se cortan las alturas) con los vértices del triángulo. Con la herramienta *Circunferencia dados Tres de sus Puntos* dibuja la circunferencia que pasa por los 9 puntos. Esta circunferencia se llama circunferencia de Feuerbach y el triángulo que tiene por vértices los pies de las alturas se llama triángulo Órtico. Mueve los vértices del triángulo ABC y comprueba que se mantiene la construcción.



- *El centro de la circunferencia de Feuerbach o de los 9 puntos es el punto medio del segmento que une el Ortocentro del triángulo con el Circuncentro. Compruébalo.*
- *¿Existe algún triángulo para que la circunferencia sea tangente a los tres lados? ¿Cuál?*
- *En un triángulo cualquiera ¿qué relación existe entre el radio de su circunferencia de los nueve puntos y el radio de su circunferencia circunscrita?*
- *La circunferencia de los nueve puntos y la circunferencia inscrita en el triángulo son tangentes en un punto llamado punto de Feuerbach que coincide con un vértice del triángulo Órtico. Compruébalo.*
- *Mueve con el ratón los vértices A, B y C del triángulo y comprueba que se mantiene la construcción.*

### **Punto de Fermat. Mínima distancia a los vértices de un triángulo**

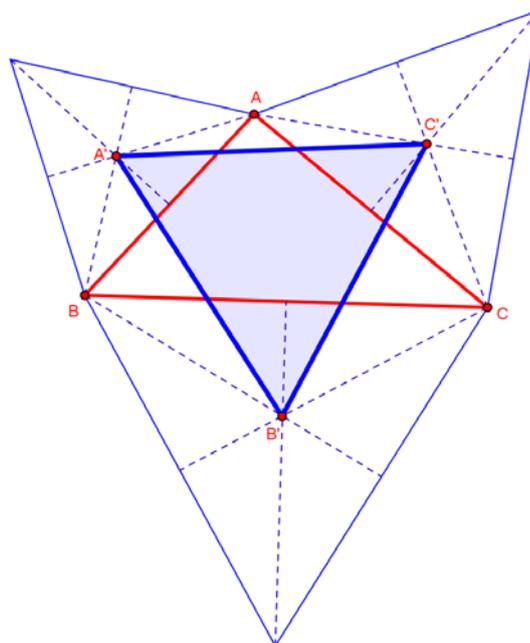
Dibuja un triángulo ABC en el que el ángulo mayor sea menor de  $120^\circ$ . Sobre cada lado construye los triángulos equiláteros  $ABC'$ ,  $ACB'$  y  $BCA'$  y une los vértices exteriores de estos triángulos con los vértices opuestos del triángulo de partida. El punto F donde se cortan los tres segmentos se llama Punto de Fermat y se verifica que la suma de las distancias desde dicho punto a los vértices A, B y C del triángulo es mínima. Mueve los vértices del triángulo ABC y comprueba que se mantiene la construcción.



- *Comprueba que en un triángulo isósceles el punto de Fermat pertenece a la recta de Euler (recta que contiene el Circuncentro, Baricentro y Ortocentro del triángulo). ¿Qué sucede en el triángulo isósceles si solo variamos la altura del triángulo?*

### Teorema de Napoleón

Dibuja un triángulo cualquiera ABC. Sobre cada uno de los lados dibuja un triángulo equilátero y calcula su baricentro. Uniendo los tres baricentros se forma otro triángulo A', B' y C', llamado de Napoleón, que también es equilátero. Compruébalo. Mueve los vértices del triángulo ABC y comprueba que se sigue verificando la construcción.



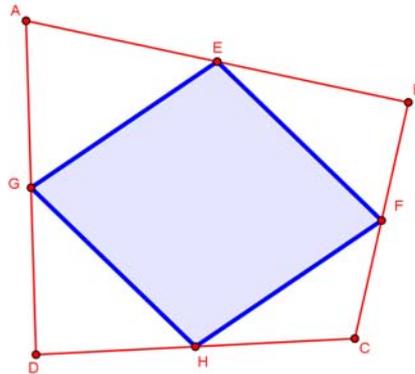
- *Si construimos ahora los triángulos equiláteros sobre los lados, pero esta vez hacia dentro en vez de hacia fuera, la propiedad sigue siendo válida y se verifica que la diferencia entre las áreas del triángulo externo de Napoleón y del triángulo interno de Napoleón es exactamente el área del triángulo original ABC.*



- Comprueba que los centros de los triángulos de Napoleón externo e interno coinciden con el baricentro del triángulo original ABC.
- ¿Puede generalizarse esta propiedad de los triángulos a otros polígonos? Intenta hacerlo con un paralelogramo construyendo cuadrados sobre sus lados.

### Teorema de Varignon

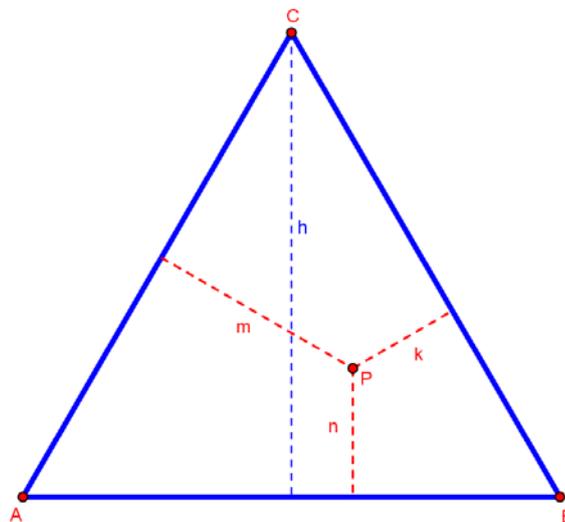
Dibuja en un cuadrilátero cualquiera ABCD. Si unimos los puntos medios mediante la herramienta *Polígono*, el polígono GEFH que se forma siempre es un paralelogramo, lo que podemos comprobar dibujando las pendientes de los segmentos con la herramienta *Pendiente*. Mueve los vértices A, B, C y D y comprueba que se sigue verificando el Teorema.



- Comprueba que el área del paralelogramo de Varignon es la mitad que el área del cuadrilátero.
- Comprueba que el perímetro del paralelogramo de Varignon es igual a la suma de las diagonales del cuadrilátero original.

### Teorema de Viviani

En un triángulo equilátero ABC, la suma de las distancias a los lados desde un punto P interior al triángulo es igual a la altura, es decir,  $m + n + k = h$ , independientemente de la posición del punto. Mueve los vértices del triángulo ABC y comprueba que se sigue verificando la construcción.

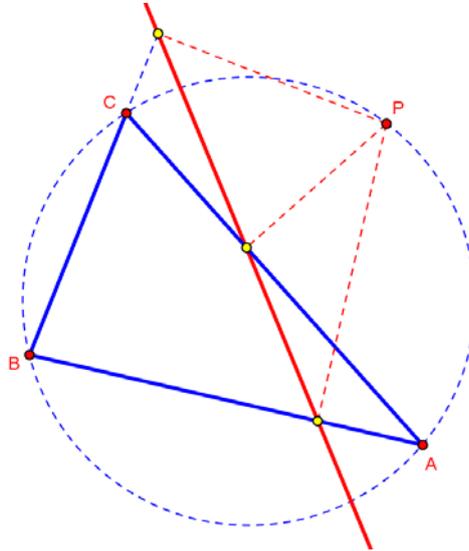


- Demuestra el teorema de Viviani comprobando que el área del triángulo ABC es igual a la suma de las áreas de los triángulos BPC, BPA y APC.



### Recta de Simson-Wallace

Dibujamos un triángulo ABC y su circunferencia circunscrita. Desde un punto P perteneciente a la circunferencia trazamos rectas perpendiculares a las rectas que contienen a los lados del triángulo. Los puntos donde estas rectas cortan a los lados del triángulo están alineados y la recta que pasa por ellos se llama *recta de Simson-Wallace*. Mueve los vértices del triángulo ABC y comprueba que se sigue verificando la construcción.



- ¿Que puedes afirmar sobre la recta de Simson si el punto P coincide con un vértice del triángulo?
- Si sobre la misma figura construimos otra recta de Simson, generada por ejemplo, a partir de un punto Q de la circunferencia, distinto de P, y medimos el arco de circunferencia PQ ¿qué relación guarda este arco con el ángulo que forman las dos rectas de Simson?
- Si dibujas los puntos de corte de las dos rectas de Simson correspondientes a distintas parejas de puntos situados sobre la circunferencia circunscrita al triángulo, comprobarás que todos puntos pertenecen a una circunferencia conocida por nosotros, la circunferencia de los 9 puntos o de Furbach.

### Razón de semejanza

- Calcula la razón de semejanza entre los polígonos cóncavos ABCDE y A'B'C'D'E'.
- Calcula el perímetro del polígono ABCDE y utilizando la razón de semejanza calcula el perímetro del polígono A'B'C'D'E'.
- Calcula el área del polígono ABCDE y utilizando la razón de semejanza calcula el área del polígono A'B'C'D'E'.

