Septiembre 2005 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Sea “x” lo que invierten en el producto A cada uno de los hermanos, “y” lo que invierten en el producto B y “z” lo invertido en C.

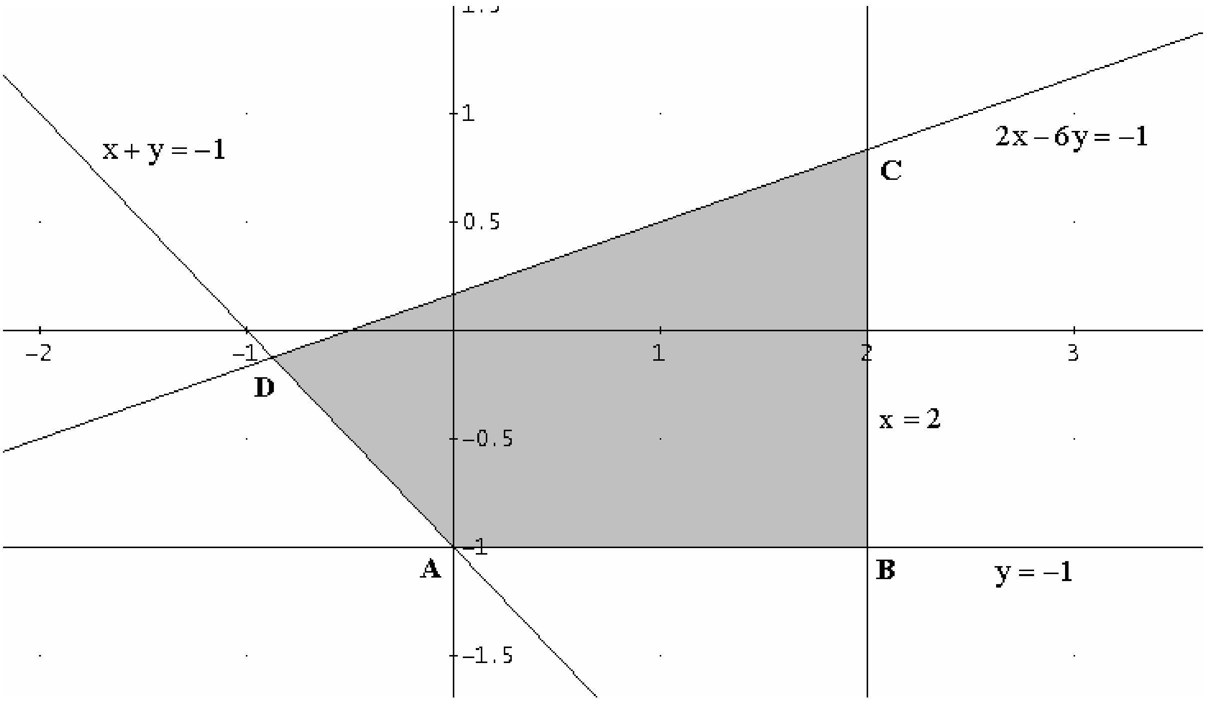
El sistema de ecuaciones que permite averiguar las cantidades A, B y C invertidas es:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=10000 \\ 0'06x+0'05y+0'02z=415 \\ 0'04x+0'03y+0'07z=460 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=10000 \\ 6x+5y+2z=41500 \\ 4x+3y+7z=46000 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2000\,€ \\ y=4500\,€ \\ z=3500\,€ \end{array}\right.$$

2)

$$\left.\begin{array}{r} x+y\geq -1 \\ x\leq 2 \\ y\geq -1 \\ x\geq 3y-\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y\geq -1 \\ x\leq 2 \\ y\geq -1 \\ 2x-6y\geq -1 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x+y=-1 \qquad x=2 \qquad y=-1 \qquad 2x-6y=-1$



Calculamos los puntos de cortes de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(0,-1) \qquad B(2,-1) \qquad \left.\begin{array}{r} 2x-6y=-1 \\ x=2 \end{array}\right\} \rightarrow C\left(2,\frac{5}{6}\right) \qquad \left.\begin{array}{r} 2x-6y=-1 \\ x+y=-1 \end{array}\right\} \rightarrow D\left(-\frac{7}{8},-\frac{1}{8}\right)$$

Sustituyendo A, B, C y D en la función objetivo obtenemos:

$$F(0,-1)=2\cdot 0+3\cdot(-1)=-3 \qquad F(2,-1)=2\cdot 2+3\cdot(-1)=1$$

$$F\left(2,\frac{5}{6}\right)=2\cdot 2+3\cdot\frac{5}{6}=\frac{13}{2}=6'5 \qquad F\left(-\frac{7}{8},-\frac{1}{8}\right)=2\cdot\left(-\frac{7}{8}\right)+3\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=-\frac{17}{8}=-2'125$$

El máximo se alcanza en el punto **C** y su valor es de $\mathbf{6'5}$ y el mínimo se alcanza en el punto **A** y su valor es $\mathbf{-3}$.

3) Consideramos que la variable es el tiempo. La función a estudiar es:

$$y=(2000-50t)(3+0'1t)$$

$$y=-5t^2+59t+6000$$

Para justificar el ingreso que es máximo estudiamos los intervalos de monotonía (también se puede hacer con el estudio de la segunda derivada) para lo cual es necesario conocer el dominio de la función.

El dominio se calcula igualando la función a cero y calculando sus soluciones.

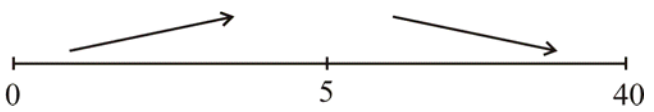
$$f(t)=0 \qquad -5t^2+50t+6000=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} t=-30 \\ t=40 \end{cases}$$

Esto nos dice que los valores que puede tomar la función están entre 0 y 40.

Calculamos la derivada: $f'(t)=-10t+50 \qquad -10t+50=0 \;\Rightarrow\; t=5$

$f'(2)=30>0$

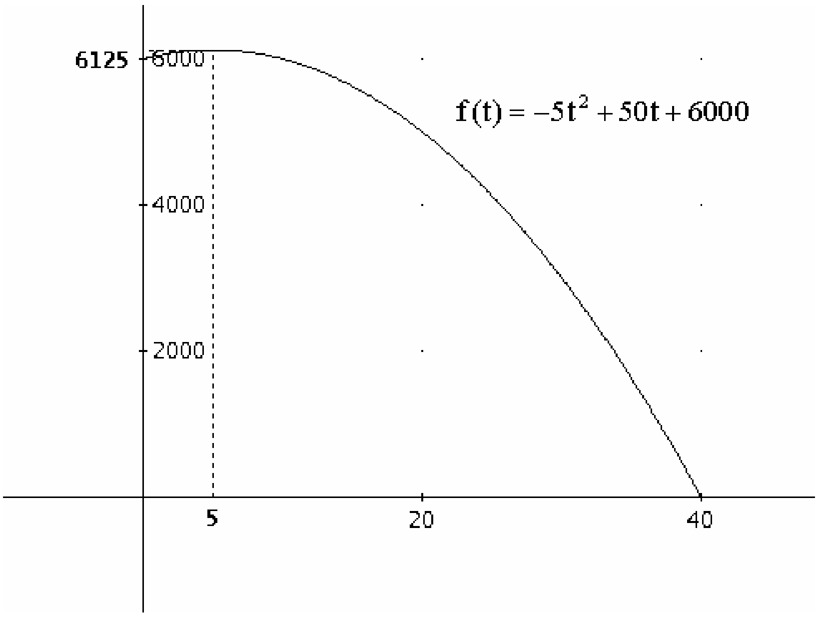
$f'(10)=-50<0$



Para obtener los máximos ingresos interesa vender a los 5 días y los ingresos serán de:

$$f(5)=-5\cdot 5^2+50\cdot 5+6000=6125 \text{ €}$$

Venderá $2000-50\cdot 5=1750$ kg a un precio de $3+0'1\cdot 5=3'5$ €



4) *A través de la tabla de contingencia*

Sea **M** el suceso *estudiar matemáticas* y **E** el suceso *estudiar economía*.

	M	$\overline{M}$	
E	$0'1$	$0'2$	$0'3$
$\overline{E}$	$0'05$	$0'65$	$0'7$
	$0'15$	$0'85$	1

a) $p(M) = 0'15 \qquad p(E) = 0'3 \qquad p(M \cap E) = 0'1$

$$0'1 \neq 0'15 \cdot 0'3 \;\Rightarrow\; M \text{ y } E \text{ son dependientes}$$

b) $p\left(\overline{M} \cap \overline{E}\right) = 0'65$

A través de las fórmulas

a) Conocemos como datos: $p(M) = 0'15 \qquad p(E) = 0'3 \qquad p(M \cap E) = 0'1$

$$p(M/E) = \frac{p(M \cap E)}{p(E)} = \frac{0'1}{0'3} = \frac{1}{3}$$

Como $p(M/E) \neq p(M)$ los sucesos son independientes.

b) Podemos resolverlo utilizando las leyes de Morgan.

$$p\left(\overline{M} \cap \overline{E}\right) = p\left(\overline{M \cup E}\right) = 1 - p\left(M \cup E\right) = 1 - \left[p(M) + p(E) - p(M \cap E)\right]$$

$$p\left(\overline{M} \cap \overline{E}\right) = 1 - \left(0'15 + 0'3 - 0'1\right) = 0'65$$

Septiembre 2005 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) $AXB = C \quad \rightarrow \quad A^{-1}AXBB^{-1} = A^{-1}CB^{-1} \quad \rightarrow \quad X = A^{-1}CB^{-1}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \qquad (\mathrm{Adj}A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{Adj}A)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \qquad (\mathrm{Adj}B) = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{Adj}B)^t = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

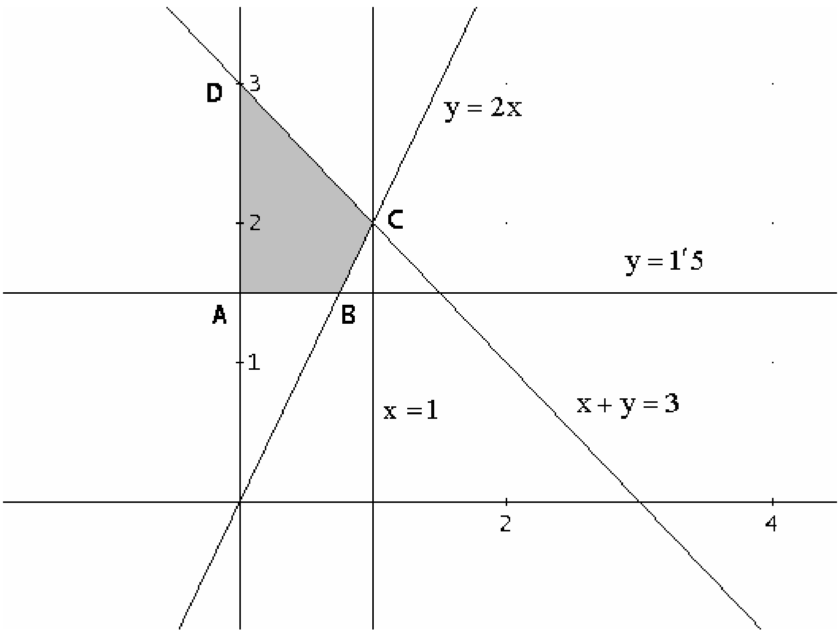
$$X = A^{-1}CB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2) Llamamos “**x**” a la cantidad invertida en los medicamentos antiinflamatorios no esteroideos e “**y**” a la cantidad invertida en los fármacos ansiolíticos

Tenemos que maximizar la función $F(x,y) = 0'25x + 0'1y$ con las siguientes restricciones:

$$\left.\begin{array}{r} x + y \leq 3 \\ y \geq 1'5 \\ x \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 2x \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $\quad x + y = 3 \quad y = 1'5 \quad x = 1 \quad y = 2x$



$$A(0,1'5) \qquad B(0'75,1'5) \qquad C(1,2) \qquad D(0,3)$$

Sustituyendo A, B, C y D en la función objetivo obtenemos:

$$F(0{,}1'5)=0'25\cdot 0+0'1\cdot 1'5=0'15 \text{ millones}=150000 \text{ €}$$

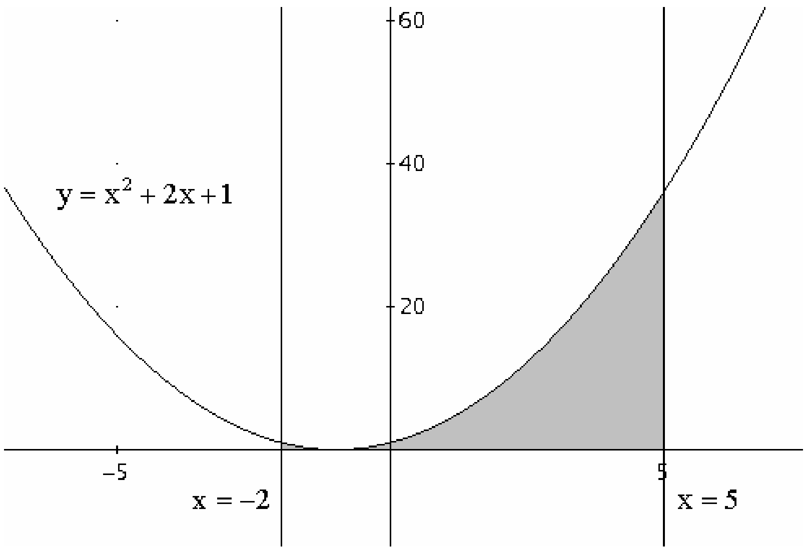
$$F(0'75{,}1'5)=0'25\cdot 0'75+0'1\cdot 1'5=0'3375 \text{ millones}=337500 \text{ €}$$

$$F(1{,}2)=0'25\cdot 1+0'1\cdot 2=0'45 \text{ millones}=450000 \text{ €}$$

$$F(0{,}3)=0'25\cdot 0+0'1\cdot 3=0'3 \text{ millones}=300000 \text{ €}$$

El beneficio máximo es de 450000 € y se obtiene en el punto C, lo que significa que debe invertir 1 millón de euros en los antiinflamatorios y 2 millones en los ansiolíticos.

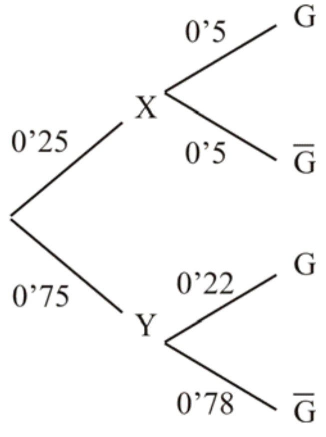
3) Representamos gráficamente la parábola y las rectas.



$$A=\left|\int_{-2}^{5}(x^2+2x+1)\,dx\right|=\left[\frac{x^3}{3}+x^2+x\right]_{-2}^{5}=\frac{125}{3}+25+5-\left(-\frac{8}{3}+4-2\right)=\frac{217}{3} \text{ u.a.}$$

4) Si representamos por X a los chicos y por Y a las chicas tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} p(X)+p(Y)=1 \\ p(Y)=3p(X) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} p(X)=0'25 \\ p(Y)=0'75 \end{cases}$$



a) $p(\overline{G})=0'25\cdot 0'5+0'75\cdot 0'78=0'71$

b) $p(Y\cap G)=0'75\cdot 0'22=0'165$

c) $p(Y/G)=\dfrac{0'75\cdot 0'22}{0'25\cdot 0'5+0'75\cdot 0'22}=0'56$