Septiembre 2004 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) $AX - B = 3X \qquad AX - 3IX = B \qquad$ ya que $IX = X \qquad (A-3I)X = B$

$$(A-3I)^{-1}(A-3I)X = (A-3I)^{-1}B \qquad X = (A-3I)^{-1}B$$

$$A - 3I = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|A-3I| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -5 \qquad [Adj(A-3I)] = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 9 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

$$[Adj(A-3I)]^t = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & -6 \end{pmatrix} \qquad (A-3I)^{-1} = -\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$X = (A-3I)^{-1}B = -\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 9 & 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} \\ \frac{9}{5} \\ \frac{28}{5} \end{pmatrix}$$

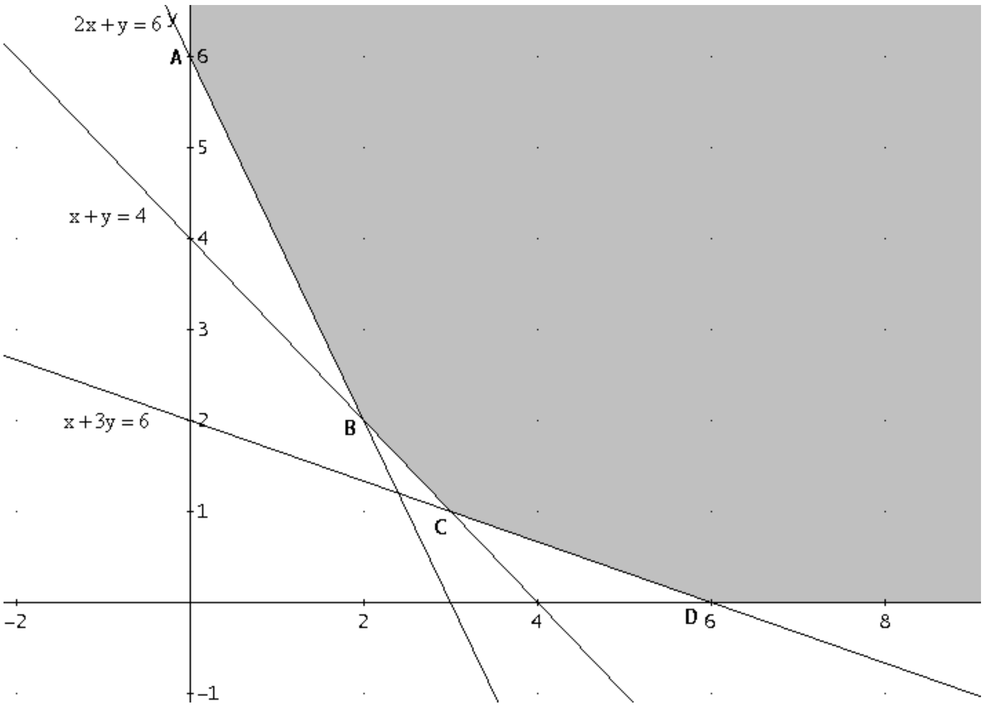
2) Llamamos "x" al nº de días que trabaja el taller 1 e "y" al nº de días que trabaja el taller 2.

	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Taller 1 (x)	4	2	4
Taller 2 (y)	2	2	12
	12	8	24

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y) = 720x + 960y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 4x+2y \geq 12 \\ 2x+2y \geq 8 \\ 4x+12y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+y \geq 6 \\ x+y \geq 4 \\ x+3y \geq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $\quad 2x + y = 6 \quad x + y = 4 \quad x + 3y = 6$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(0,6) \qquad \left.\begin{array}{r} 2x+y=6 \\ x+y=4 \end{array}\right\} \rightarrow B(2,2) \qquad \left.\begin{array}{r} x+3y=6 \\ x+y=4 \end{array}\right\} \rightarrow C(3,1) \qquad D(6,0)$$

Sustituyendo A, B, C y D en la función objetivo obtenemos:

$$F(0,6)=720\cdot 0+960\cdot 6=5760\,€ \qquad F(2,2)=720\cdot 2+960\cdot 2=3360\,€$$

$$F(3,1)=720\cdot 3+960\cdot 1=3120\,€ \qquad F(6,0)=720\cdot 6+960\cdot 0=4320\,€$$

Para reducir al máximo los costes de funcionamiento el taller 1 debe trabajar 3 días y el taller 2 debe trabajar 1 día. El coste será de 3120 €.

Según estos valores, los dos talleres producirán 14 archivadores del modelo A, 8 del modelo B y 24 del modelo C con lo cual sobran 2 archivadores del modelo A.

3)

a) $C(t)=60t-10t^2 \qquad C'(t)=60-20t \qquad 60-20t=0 \Rightarrow t=3$

Como $C''(t)=-20<0 \Rightarrow$ en $t=3$ hay un máximo, por tanto si el restaurante abre a las 8 de la noche y al cabo de 3 horas el número de clientes es máximo significa que esto se produce a las 11 de la noche y el número de clientes a esa hora es de $C(3)=90$.

b) Se tiene que verificar que $50 \le 60t-10t^2 \le 80$

$$60t-10t^2 \ge 50 \qquad 10t^2-60t+50 \le 0 \qquad 10t^2-60t+50=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=5 \end{cases}$$

Las soluciones son $\forall t \in [1,5]$, lo que quiere decir que entre las 21 y la 1 horas hay más de 50 clientes.

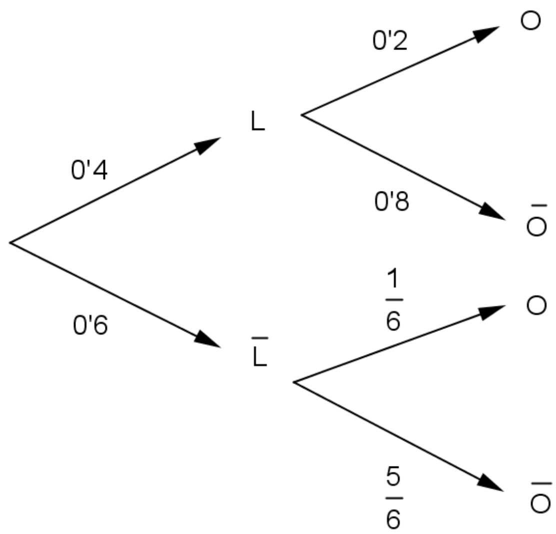
$$60t - 10t^2 \leq 80 \qquad 10t^2 - 60t + 80 \geq 0 \qquad 10t^2 - 60t + 80 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$$

Las soluciones son $\forall t \in [0,2]$ y $\forall t > 4$, lo que quiere decir que entre las 20 horas y las 22 horas y a partir de la 24 horas hay menos de 80 clientes.

Luego concluimos que entre las 21 y las 22 y entre las 24 y la 1 horas hay más de 50 clientes y menos de 80.

4) Para hacer el diagrama en árbol necesitamos conocer $p(O/\overline{L})$. De los datos del problema se deduce que:

$$p(O \cap \overline{L}) = 0'1 = p(\overline{L}) \cdot p(O/\overline{L}) \qquad 0'1 = 0'6 \cdot p(O/\overline{L}) \Rightarrow p(O/\overline{L}) = \frac{0'1}{0'6} = \frac{1}{6}$$



a) $p(L \cap O) = 0'4 \cdot 0'2 = 0'08 = 8\%$

b) $p(O) = 0'4 \cdot 0'2 + 0'6 \cdot \frac{1}{6} = 0'18 = 18\%$

c) $p(L/O) = \dfrac{0'4 \cdot 0'2}{0'4 \cdot 0'2 + 0'6 \cdot \frac{1}{6}} = 0'\widehat{4} = 44'44\%$

Septiembre 2004 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Sea "x" el hijo menor, "y" el hijo mayor y "z" el padre.

$$\left.\begin{aligned} x+z+y&=100\\ z&=3(x+y)\\ \frac{x}{y}&=\frac{2}{3}\end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x+y+z&=100\\ 3x+3y-z&=0\\ 3x-2y&=0\end{aligned}\right\}$$

Resolviendo el sistema por el método de Gauss obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100\\ 3 & 3 & -1 & 0\\ 3 & -2 & 0 & 0\end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-3F_1]{F_2-3F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100\\ 0 & 0 & -4 & -300\\ 0 & -5 & -3 & -300\end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=100\\ -4z&=-300\\ -5y-3z&=-300\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=10\text{ €}\\ y=15\text{ €}\\ z=75\text{ €}\end{cases}$$

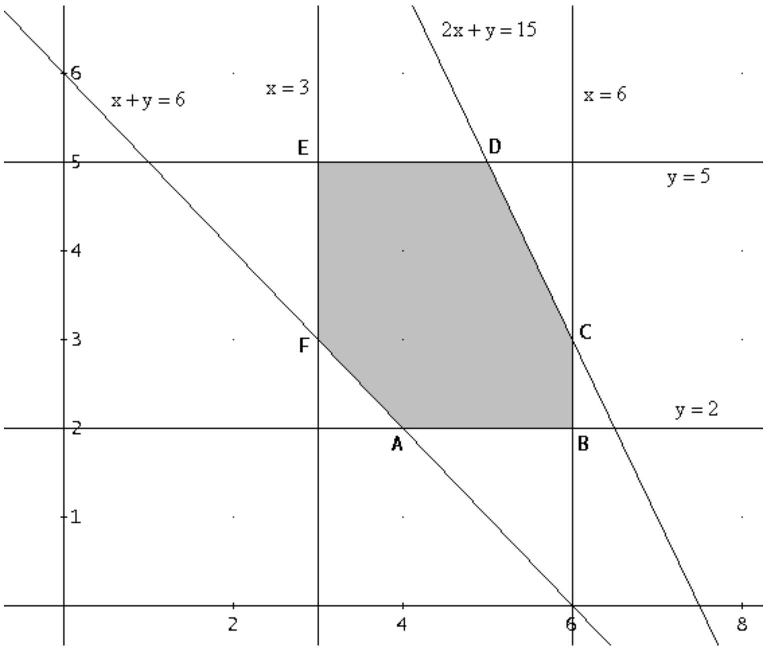
2)

$$\left.\begin{aligned} x+y&\geq 6\\ 2x+y&\leq 15\\ x&\geq 3\\ x&\leq 6\\ y&\leq 5\\ y&\geq 2\end{aligned}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas:

$$x+y=6 \qquad 2x+y=15 \qquad x=3$$

$$x=6 \qquad y=5 \qquad y=2$$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=6 \\ y=2 \end{array}\right\} \rightarrow A(4,2) \qquad B(6,2) \qquad \left.\begin{array}{r} 2x+y=15 \\ x=6 \end{array}\right\} \rightarrow C(6,3)$$

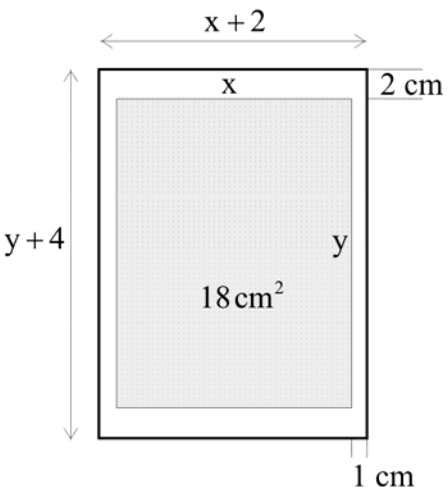
$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=15 \\ y=5 \end{array}\right\} \rightarrow D(5,5) \qquad E(3,5) \qquad \left.\begin{array}{r} x+y=6 \\ x=3 \end{array}\right\} \rightarrow F(3,3)$$

Tenemos que ver para qué valores la función $z=3x+2y$ alcanza los valores máximo y mínimo.

$$z(4,2)=16 \qquad z(6,2)=22 \qquad z(6,3)=24 \qquad z(5,5)=25 \qquad z(3,5)=19 \qquad z(3,3)=15$$

El valor máximo es 25 y se alcanza en el punto $D(5,5)$. El valor mínimo es 15 y se alcanza en el punto $F(3,3)$.

3)



Si las dimensiones del texto escrito son “x” de ancho e “y” de alto, la función a optimizar es:

$$F=(x+2)(y+4)$$

con la condición

$$x \cdot y=18$$

$$F=xy+4x+2y+8$$

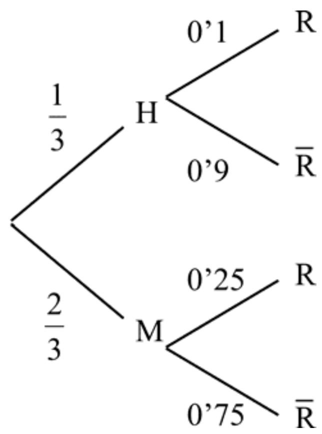
Como $y=\dfrac{18}{x}$

$$F(x)=x\cdot\frac{18}{x}+4x+2\cdot\frac{18}{x}+8=26+4x+\frac{36}{x} \qquad F'(x)=4-\frac{36}{x^2} \qquad 4-\frac{36}{x^2}=0 \qquad x=3$$

$$F''(x)=\frac{72}{x^3} \qquad F''(3)>0 \;\Rightarrow\; x=3 \text{ es mínimo}$$

Las dimensiones de la hoja son por tanto $x=3\text{cm}$ e $y=\dfrac{18}{3}=6\text{cm}$

4) Sabemos que $\left.\begin{array}{l} p(M)=2p(H) \\ p(M)+p(H)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} p(H)=\dfrac{1}{3} \\ p(M)=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$



a) $p(M/R)=\dfrac{\dfrac{2}{3}\cdot 0'25}{\dfrac{2}{3}\cdot 0'25+\dfrac{1}{3}\cdot 0'1}=\dfrac{5}{6}$

b) $p(H\cap\overline{R})=\dfrac{1}{3}\cdot 0'9=\dfrac{3}{10}$