Septiembre 2003 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Sea "a" la cantidad fija y "b" la parte proporcional. La función que da el precio del billete en función de los kilómetros recorridos es de la forma $P(x) = a + b\,x$ donde "x" representa los kilómetros recorridos.

Si "d" es la distancia que hay entre A y B, la distancia entre C y D será 2d. Se verifican las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} P(d) = 20 = a + b\,d \\ P(2d) = 32 = a + b\,2d \end{array}\right\} \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} b\,d = 20 - a \\ b\,d = \dfrac{32-a}{2} \end{array}\right\} \;\rightarrow\; 20 - a = \frac{32-a}{2} \;\Rightarrow\; a = 8$$

Si $a = 8 \;\rightarrow\; bd = 12 \;\Rightarrow\; b = \dfrac{12}{d}$

La distancia de A que es la mitad que de B será $\dfrac{d}{2}$

$$P\left(\frac{d}{2}\right) = a + b \cdot \frac{d}{2} = 8 + \frac{12}{d} \cdot \frac{d}{2} = 14\,€$$

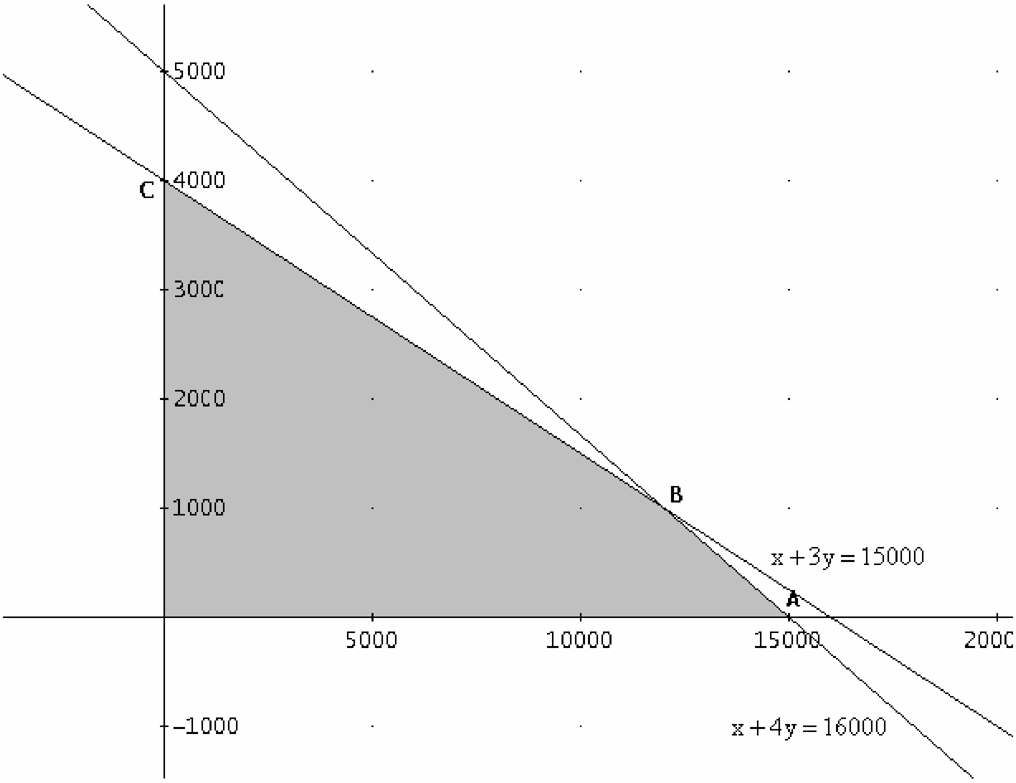
2) Llamamos "x" al nº de unidades sueltas e "y" al nº de lotes de 4 unidades.

	Cantidad	Unidades	Material	Beneficio
Unidades sueltas	x	x	x	2x
Lote de 4 unidades	y	4y	3y	7y
		8	24	

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y) = 2x + 7y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x + 4y \le 16000 \\ x + 3y \le 15000 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x + 4y = 16000$ $\quad x + 3y = 15000$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(15000,0) \qquad \left.\begin{array}{l} x+4y=16000 \\ x+3y=15000 \end{array}\right\} \rightarrow B(12000,1000) \qquad C(0,4000)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F(15000,0)=2\cdot 15000+7\cdot 0=30000€$$

$$F(12000,1000)=2\cdot 12000+7\cdot 1000=31000€$$

$$F(0,4000)=2\cdot 0+7\cdot 4000=28000€$$

El beneficio máximo es de 31000 € y se obtiene con 12000 unidades sueltas y con 1000 lotes de 4 unidades.

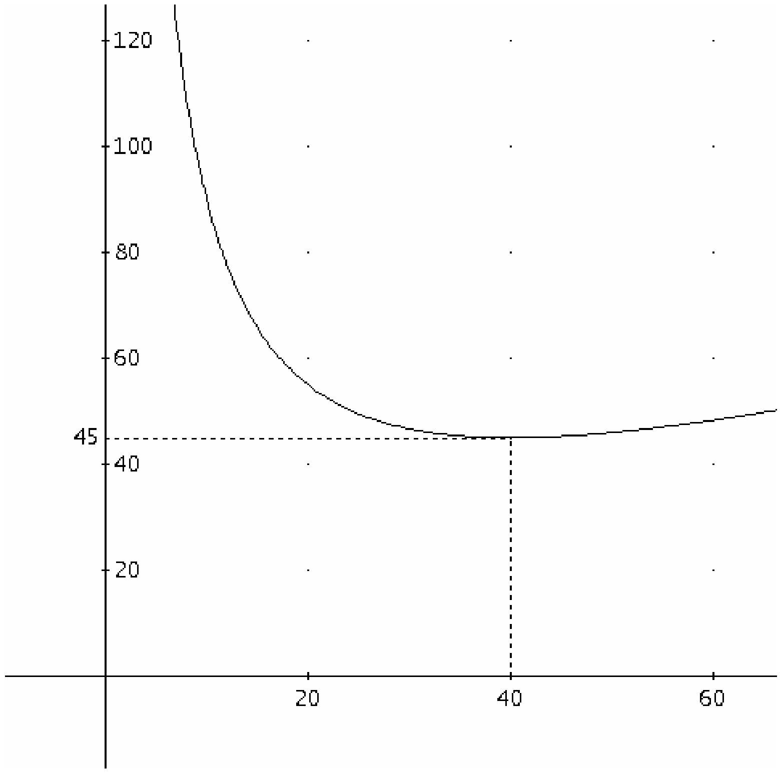
3)

a) El coste medio por litro es: $\dfrac{C(x)}{x}=\dfrac{\frac{1}{2}x^2+5x+800}{x}=\dfrac{1}{2}x+5+\dfrac{800}{x}$

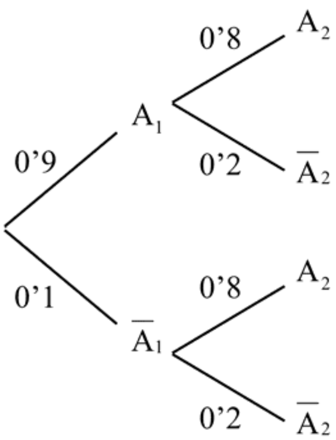
$$\left(\frac{C(x)}{x}\right)'=\frac{1}{2}-\frac{800}{x^2}=0 \qquad x^2-1600=0 \;\Rightarrow\; x=40$$

Como $\left(\dfrac{C(x)}{x}\right)''=\dfrac{1600}{x^3}$ $\quad \left(\dfrac{C(40)}{40}\right)''=\dfrac{1600}{40^3}>0 \;\Rightarrow\;$ en $x=40$ hay un mínimo.

b) El valor de dicho coste es: $\dfrac{C(40)}{40}=\dfrac{1}{2}\cdot 40+5+\dfrac{800}{40}=45\,€$



4) En este problema, los sucesos ser detectado por A_1 y ser detectado por A_2 son independientes.



a) $p(\text{ser detectado})=1-p(\text{no detectado})=1-p\left(\overline{A}_1\cap\overline{A}_2\right)=$

$$1-p\left(\overline{A}_1\right)\cdot p\left(\overline{A}_2\right)=1-0'1\cdot 0'2=0'98=98\%$$

b) $p\left(A_1\cap\overline{A}_2\right)=p(A_1)\cdot p\left(\overline{A}_2\right)=0'9\cdot 0'2=0'18=18\%$

Septiembre 2003 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1)

a) La ecuación de una recta viene dada por la expresión $y = a\,x + b$.

Como la recta pasa por el punto $(1,1)$ $\rightarrow$ $1 = a + b$

Como la recta pasa por el punto $(3,-2)$ $\rightarrow$ $-2 = 3a + b$

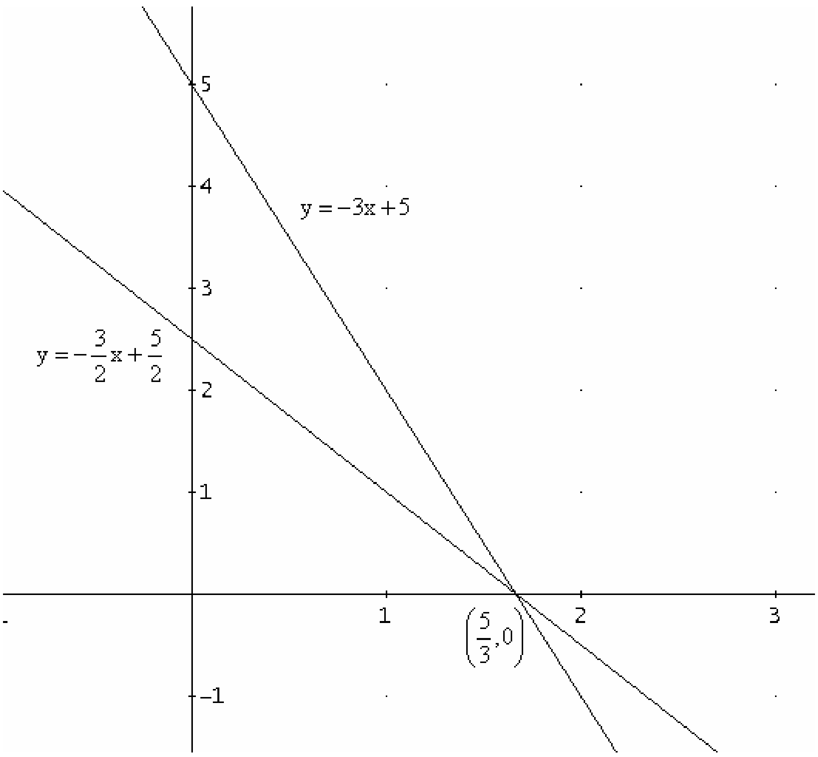
Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones obtenemos los valores de a y b.

$$\left.\begin{array}{r} a+b=1 \\ 3a+b=-2 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a=-\dfrac{3}{2} \\ b=\dfrac{5}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \quad y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$$

b) La pendiente de la recta $3x + y = 5$ $\quad y = -3x + 5$ es -3 mientras que la pendiente de la recta correspondiente al apartado a) es $-\frac{3}{2}$ por tanto las rectas se cortan en un punto.

c) El punto de corte se obtiene resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2} \\ y=-3x+5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{3} \\ y=0 \end{array}\right.$$

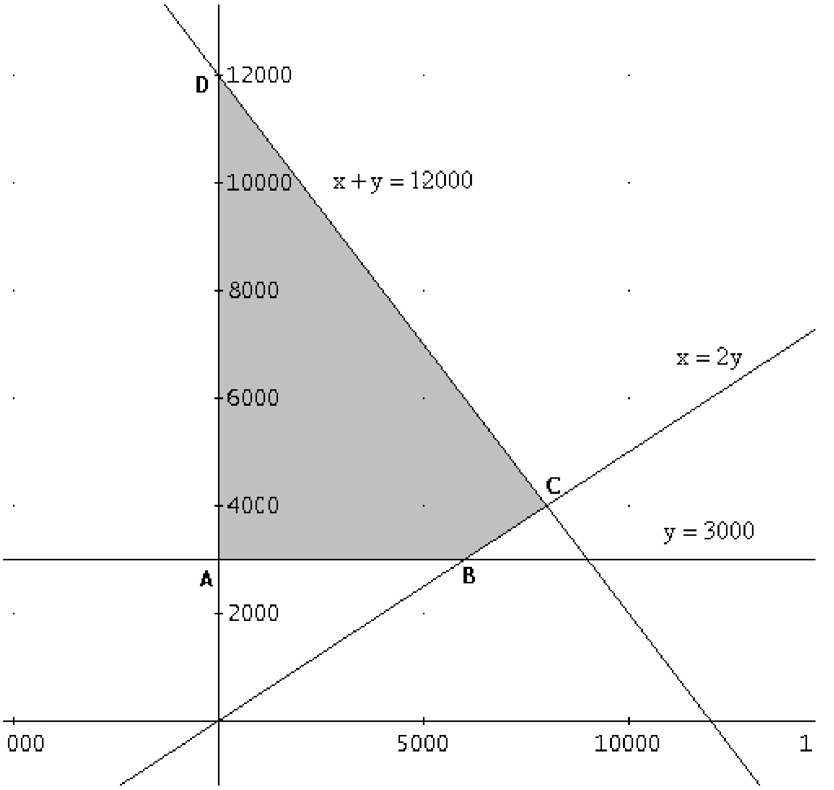


2) Llamamos "x" a la cantidad invertida en A e "y" a la cantidad invertida en B.

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y) = 0'1x + 0'05y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x + y \le 12000 \\ x \le 2y \\ y \ge 3000 \\ x \ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x + y = 12000$ $x = 2y$ $y = 3000$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$A(0,3000)$ $\left.\begin{array}{r} y = 3000 \\ x = 2y \end{array}\right\} \to B(6000,3000)$

$\left.\begin{array}{r} x + y = 12000 \\ x = 2y \end{array}\right\} \to C(8000,4000)$ $D(0,12000)$

Sustituyendo A, B, C y D en la función objetivo obtenemos:

$F(0,3000) = 0'1 \cdot 0 + 0'05 \cdot 3000 = 150€$ $F(6000,3000) = 0'1 \cdot 6000 + 0'05 \cdot 3000 = 750€$

$F(8000,4000) = 0'1 \cdot 8000 + 0'05 \cdot 4000 = 1000€$ $F(0,12000) = 0'1 \cdot 0 + 0'05 \cdot 12000 = 600€$

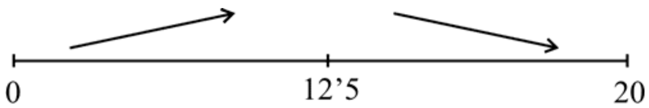
El beneficio máximo es de 1000 € y se obtiene invirtiendo 8000 € en el producto A y 4000 € en el producto B.

3)

a) $C(x) = 90 + 15x - 0'6x^2$ $\qquad$ $C'(x) = 15 - 1'2x = 0$ $\qquad$ $x = 12'5$

$C'(1) > 0$

$C'(13) < 0$

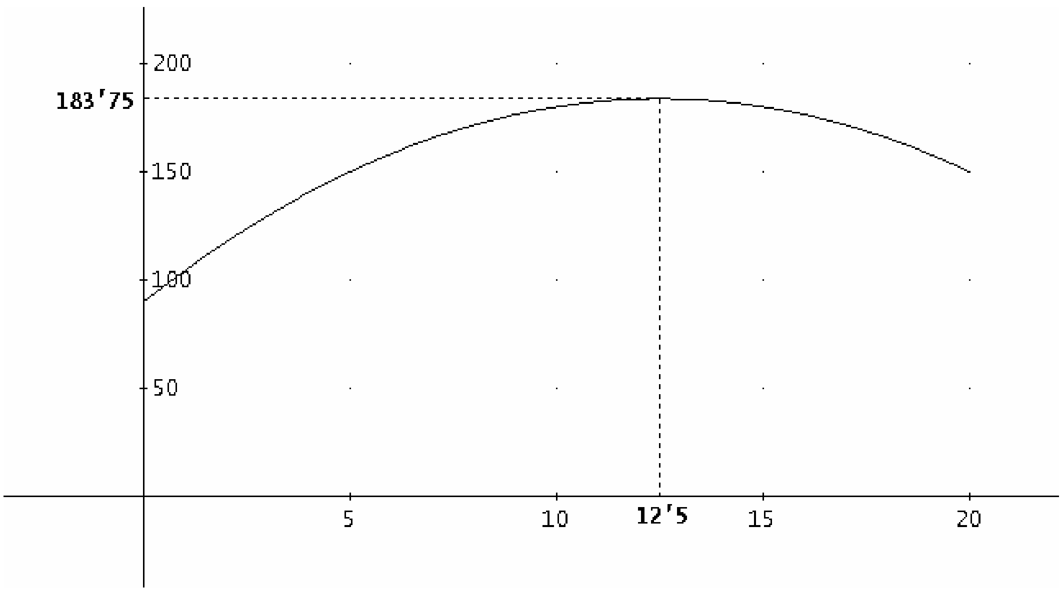


La función es creciente $\forall x \in \left]0, 12'5\right[$

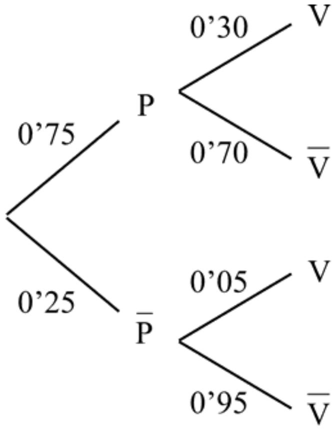
La función es decreciente $\forall x \in \left]12'5, 20\right[$

b) La concentración máxima se alcanza a los $12'5$ días y es de

$$C(12'5) = 90 + 15 \cdot 12'5 - 0'6 \cdot 12'5^2 = 183'75 \ \frac{\mu gr}{m^3}$$



4) Sea “P” el suceso haber recibido propaganda y “J” el suceso tener video juego.



a) $p(V) = p(P) \cdot p(V/P) + p(\overline{P}) \cdot p(V/\overline{P}) =$

$0'75 \cdot 0'30 + 0'25 \cdot 0'05 = 0'2375$

b) $p(P \cap \overline{V}) = 0'75 + 0'70 = 0'525$