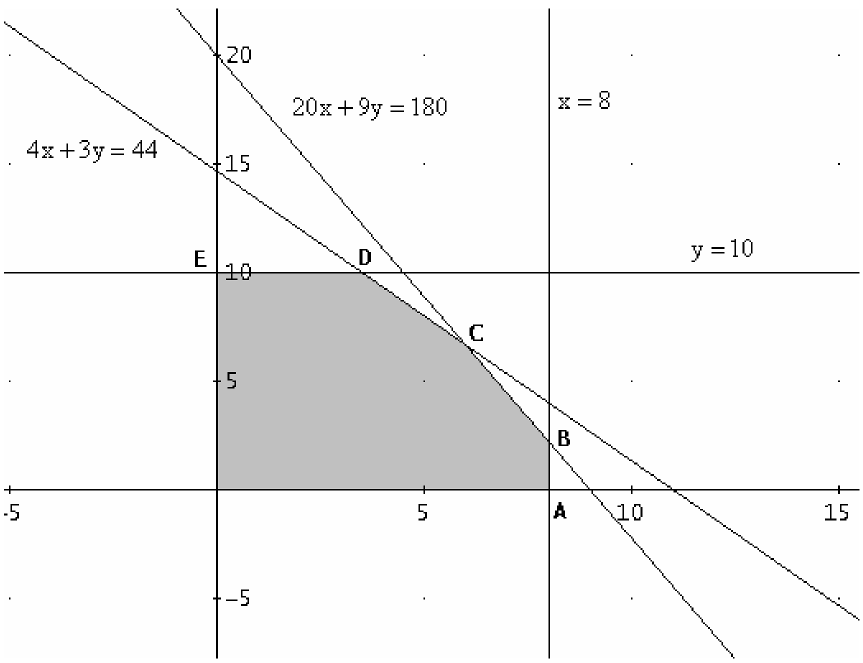
# Septiembre 2002 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Llamamos "x" al nº de hectáreas de olivo del tipo A e "y" al nº de hectáreas de olivo del tipo B.

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y)=500x+300y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x\le 8 \\ y\le 10 \\ 4x+3y\le 44 \\ 500x+225y\le 4500 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x\le 8 \\ y\le 10 \\ 4x+3y\le 44 \\ 20x+9y\le 180 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x=8$ $y=10$ $4x+3y=44$ $20x+9y=180$




Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$A(8,0)$ $B\left(8,\frac{20}{9}\right)$ $\left.\begin{array}{r} 20x+9y=180 \\ 4x+3y=44 \end{array}\right\} \rightarrow C\left(6,\frac{20}{3}\right)$ $D\left(\frac{7}{2},10\right)$ $E(0,10)$

Sustituyendo A, B, C, D y E en la función objetivo obtenemos:

$$F(8,0)=500\cdot 8+300\cdot 0=4000 \qquad F\left(8,\frac{20}{9}\right)=500\cdot 8+300\cdot\frac{20}{9}=4666'7$$

$$F\left(6,\frac{20}{3}\right)=500\cdot 6+300\cdot\frac{20}{3}=5000 \qquad F\left(\frac{7}{2},10\right)=500\cdot\frac{7}{2}+300\cdot 10=4750$$

$$F(0,10)=500\cdot 0+300\cdot 10=3000$$

La máxima producción de aceite es de 5000 litros y se obtiene plantando 6 hectáreas del tipo A y 6’67 hectáreas del tipo B.

2) $AX=2B-C \qquad A^{-1}AX=A^{-1}(2B-C) \quad \Rightarrow \quad X=A^{-1}(2B-C)$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -5 & 0\end{pmatrix} \quad |A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -5 & 0\end{vmatrix}=5 \quad \operatorname{Adj}A=\begin{pmatrix}0 & 5\\ -1 & 2\end{pmatrix} \quad (\operatorname{Adj}A)^t=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix} \quad A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}0 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$$

$$2B-C=\begin{pmatrix}6 & -8\\ -2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2 & -7\\ 13 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -1\\ -15 & 0\end{pmatrix} \qquad X=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}0 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8 & -1\\ -15 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$$

3)

a) Por ser una función lineal la relación entre la temperatura del aire y la altitud viene dada por una expresión del tipo $T(h)=a+b\cdot h$

b) Sabemos que a nivel del mar se verifica: $T(0)=60^o=a+0 \quad \Rightarrow \quad a=60^o$

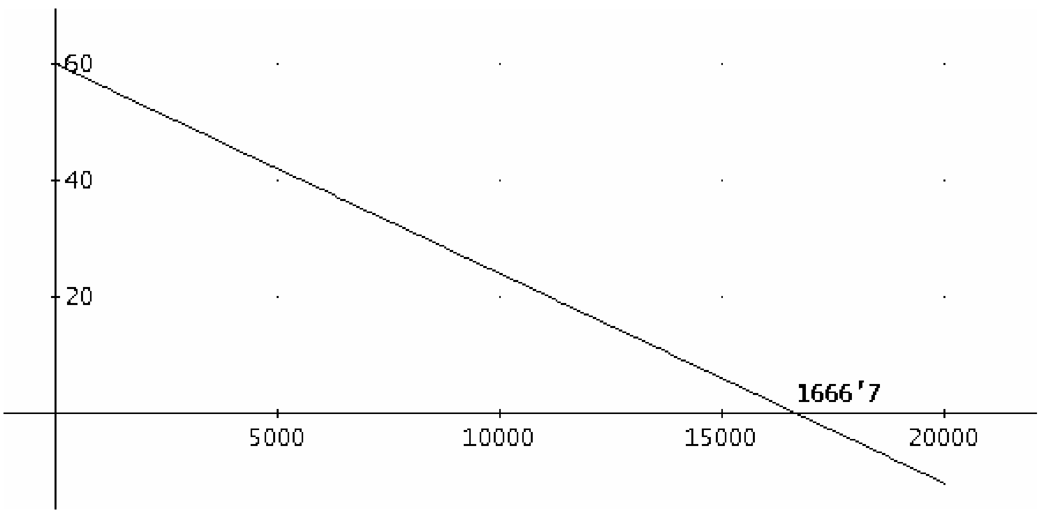
Sabemos que a los 5000 m de altitud se verifica:

$$T(15000)=60^o-18^o=42^o=a+b\cdot 5000 \quad \rightarrow \quad 42^o=60^o+5000b \quad \Rightarrow \quad b=-\frac{18^o}{5000}$$

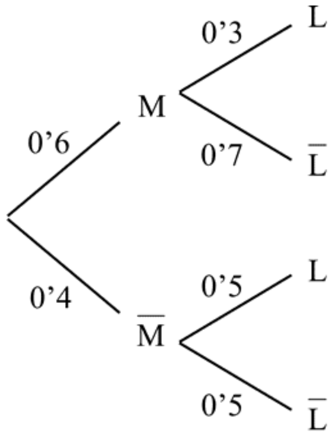
$$T(h)=60^o-\frac{18^o}{5000}h \quad \Rightarrow \quad T(15000)=60^o-\frac{18^o}{5000}\cdot 15000=6^o F$$

c) $0^o=60^o-\frac{18^o}{5000}h \quad \rightarrow \quad 0^o=60^o-\frac{18^o}{5000}\cdot h \quad \Rightarrow \quad h=1666'7\,m$

En la gráfica vemos como varía la temperatura en función de la altitud cuando la altura varía entre 0 y 20000 m.



4) Sea “M” el suceso ser mujer y “L” el suceso leer asiduamente la revista




a) $p(L) = 0'6 \cdot 0'3 + 0'4 \cdot 0'5 = 0'38$

b) $p\left(M/\overline{L}\right) = \dfrac{p(M)\cdot p(\overline{L}/M)}{p(M)\cdot p(\overline{L}/M) + p(\overline{M})\cdot p(\overline{L}/\overline{M})} = \dfrac{0'6 \cdot 0'7}{0'6 \cdot 0'7 + 0'4 \cdot 0'5} = 0'677$

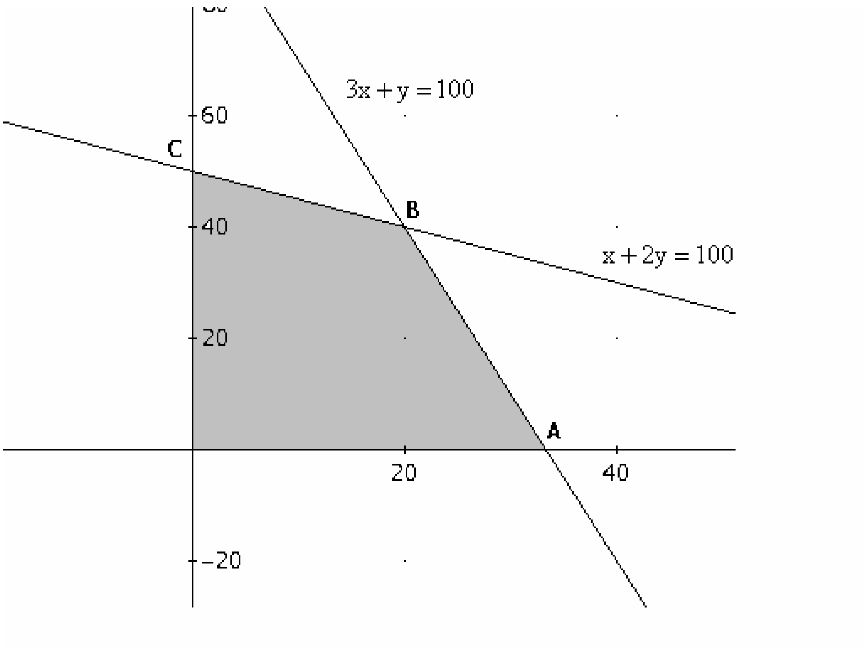
1) Llamamos "x" al nº de aparatos del tipo A e "y" al nº de aparatos del tipo B.

| | Horas de taller X | Horas de taller Y |
|---|---|---|
| Tipo A | 3x | x |
| Tipo B | y | 2y |
| | 100 | 100 |

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y)=100x+150y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 3x+y\le 100 \\ x+2y\le 100 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $3x+y=100$ $\quad x+2y=100$




Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A\left(\frac{100}{3},0\right) \qquad \left.\begin{array}{r} x+2y=100 \\ 3x+y=100 \end{array}\right\} \rightarrow B(20,40) \qquad C(0,50)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F\left(\frac{100}{3},0\right)=100\cdot\frac{100}{3}+150\cdot 0=3333'33 \qquad F(20,40)=100\cdot 20+150\cdot 40=8000$$

$$F(0,50)=100\cdot 0+150\cdot 50=7500$$

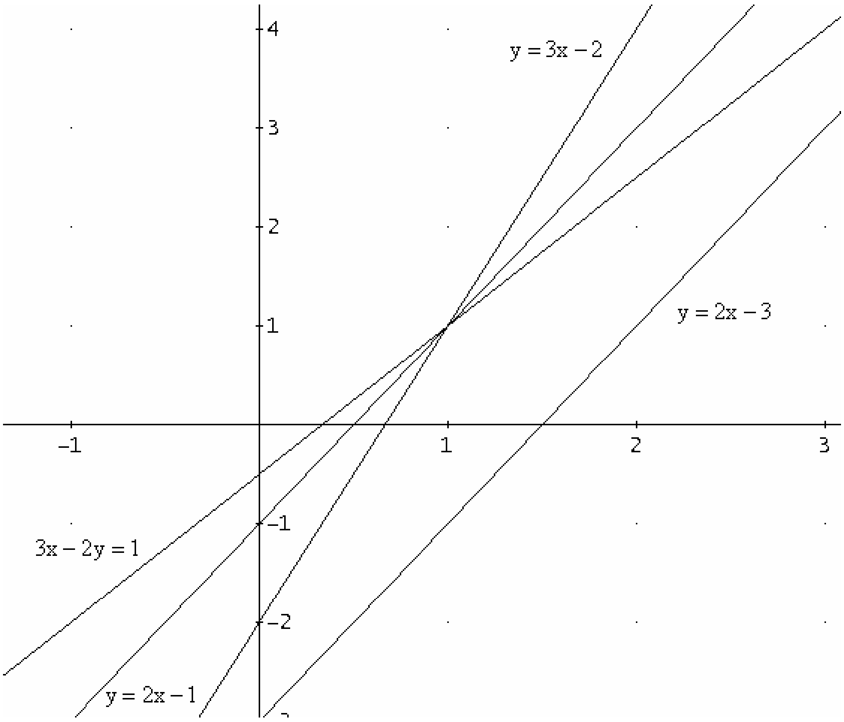
Se deben fabricar 20 aparatos del tipo A y 40 aparatos del tipo B obteniéndose una ganancia de 8000 €.

2) El punto de intersección se obtiene resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} y=3x-2 \\ 3x-2y=1 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} y=3x-2 \\ y=\dfrac{3x-1}{2} \end{array}\right\} \qquad 3x-2=\frac{3x-1}{2} \qquad 6x-4=3x-1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

La recta paralela a $y=2x-3$ tiene de pendiente 2, por tanto la ecuación de la recta pedida es:

$$y-1=2(x-1) \qquad y=2x-1$$




3)

a) El dominio de esta función es $\forall x \in [2000,5000]$

Derivando la función e igualando a cero obtenemos el punto en el que el consumo es mínimo.

$$f'(x)=4x-12=0 \qquad x=3$$

Como $f''(x)=4>0 \quad \Rightarrow \quad$ en $x=3000 \in [2000,5000]$ hay un mínimo, lo que indica que el motor tiene un consumo mínimo para 3000 revoluciones.

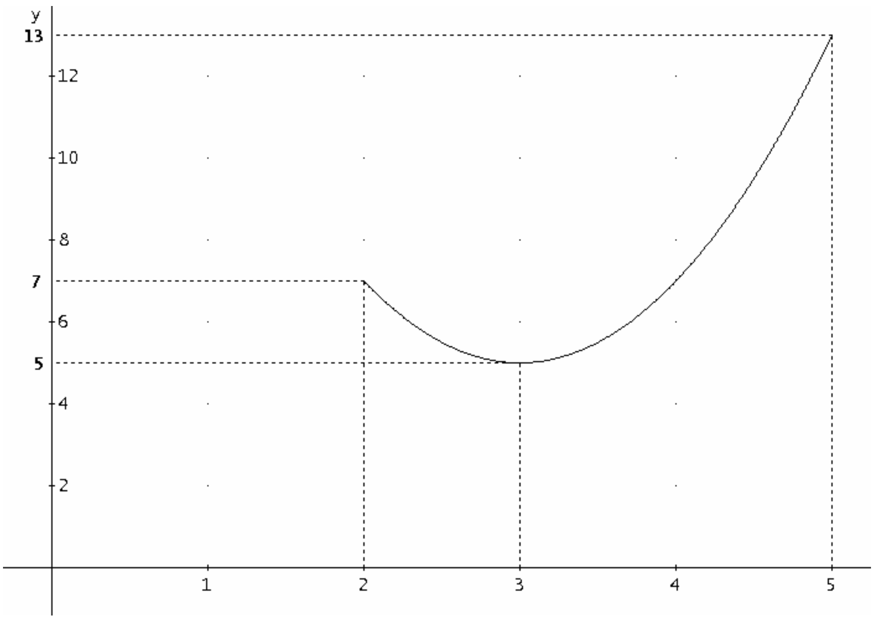
b) Para ver el consumo máximo calculamos el valor que toma la función en los extremos del intervalo.

$$f(2)=7 \qquad f(5)=13$$

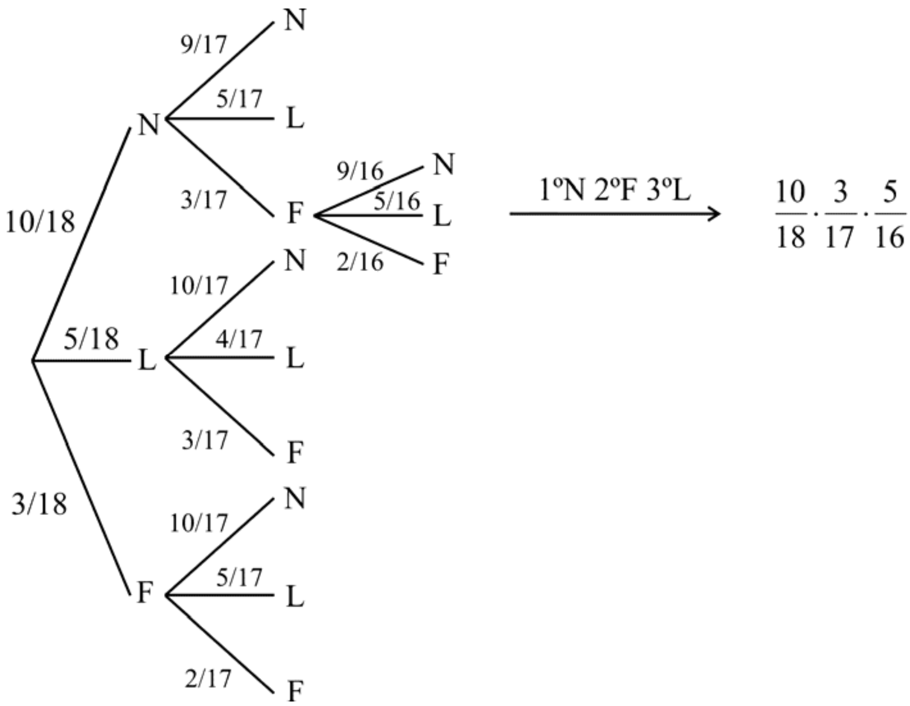
Lo que indica que el consumo máximo se produce a 5000 revoluciones por minuto.

c) En $x = 3 \;\Rightarrow\; f(3) = 5\,\dfrac{\text{litros}}{\text{hora}}$ y en $x = 5 \;\Rightarrow\; f(5) = 13\,\dfrac{\text{litros}}{\text{hora}}$

Todo lo anterior se observa en la siguiente gráfica.




4) Sea “N” el suceso extraer caramelo con sabor a naranja, “L” con sabor a limón y “F” con sabor a fresa.




a) $p(1^{o}\,N, 2^{o}\,F, 3^{o}\,L) = p(N)\cdot p(F/N)\cdot p(L/N\cap F) = \dfrac{10}{18}\cdot\dfrac{3}{17}\cdot\dfrac{5}{16} = \dfrac{25}{816} = 0'03$

b) $p(NLF) + p(NFL) + p(LNF) + p(LFN) + p(FLN) + p(FNL) = 6\cdot\dfrac{10}{18}\cdot\dfrac{3}{17}\cdot\dfrac{5}{16} = 0'18$