Septiembre 2001 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Llamamos "x" al nº de hombres, "y" al nº de mujeres y "z" al número de niños.

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=40 \\ x+y=3z \\ y=x+z+6 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} x+y+z=40 \\ x+y-3z=0 \\ x-y+z=-6 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema por el método de Gauss obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3=F_3-F_1]{F_2=F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 0 & 0 & -4 & -40 \\ 0 & -2 & 0 & -46 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{array}{r} x+y+z=40 \\ -4z=-40 \\ -2y=-46 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=7 \\ y=23 \\ z=10 \end{array}\right.$$

2)

a) $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-3)^2} \quad \Rightarrow \quad f'(4)=\dfrac{-2}{(4-3)^2}=-2$

b) El valor obtenido corresponde a la pendiente de la recta tangente a la curva $f(x)=\dfrac{2}{x-3}$ en el punto de abscisa $x=4$ y equivale a la tangente del ángulo que la recta tangente a la curva en ese punto forma con el eje de abscisas.

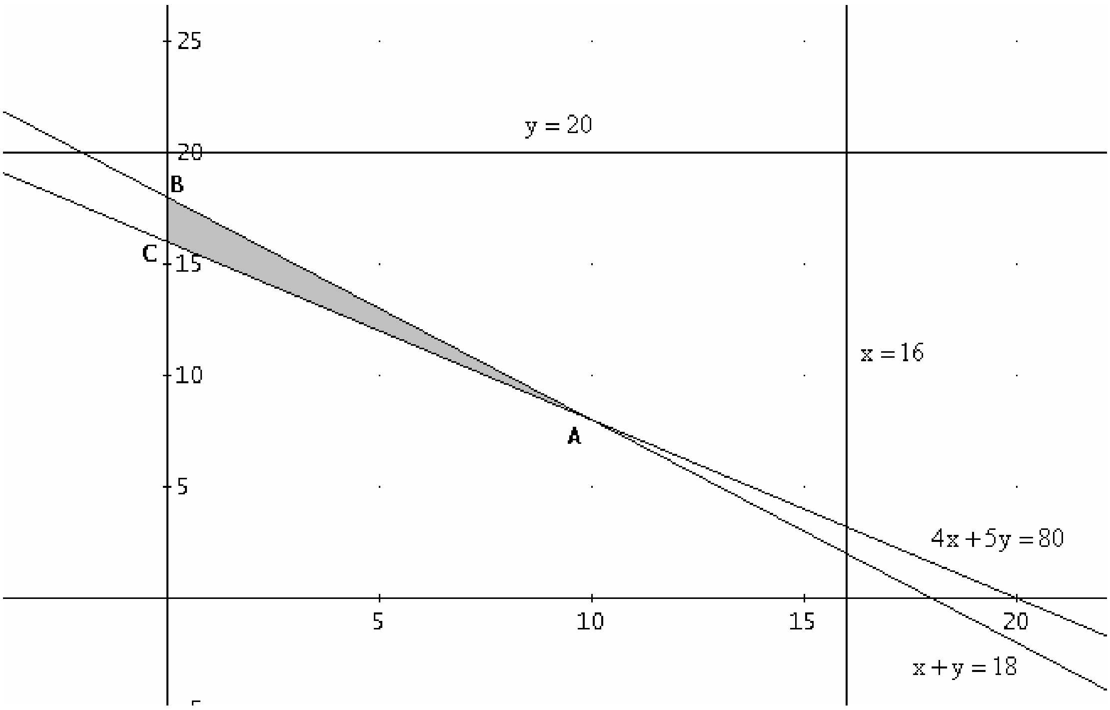
c) La tasa de variación instantánea en el punto de abscisa $x=5$ es $f'(5)=\dfrac{-2}{(5-3)^2}=-\dfrac{1}{2}$.

3) Llamamos "x" al nº de autobuses de 40 plazas e "y" al nº de autobuses de 50 plazas.

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y)=3000x+4000y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x\le 16 \\ y\le 20 \\ 40x+50y\ge 800 \\ x+y\le 18 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x\le 16 \\ y\le 20 \\ 4x+5y\ge 80 \\ x+y\le 18 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x=16$ $\quad y=20$ $\quad 4x+5y=80$ $\quad x+y=18$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$\left.\begin{aligned} 4x+5y&=80 \\ x+y&=18 \end{aligned}\right\} \rightarrow \ A(10,8) \qquad B(0,18) \qquad C(0,16)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F(10,8)=3000\cdot 10+4000\cdot 8=62000 \qquad F(0,18)=3000\cdot 0+4000\cdot 18=72000$$

$$F(0,16)=3000\cdot 0+4000\cdot 16=64000$$

El coste mínimo se produce cuando contratamos 10 autobuses de 40 plazas y 8 de 50 plazas y su valor es de 62000 pts.

4) Hay 6 posibilidades de introducir las cartas en los 3 sobres.

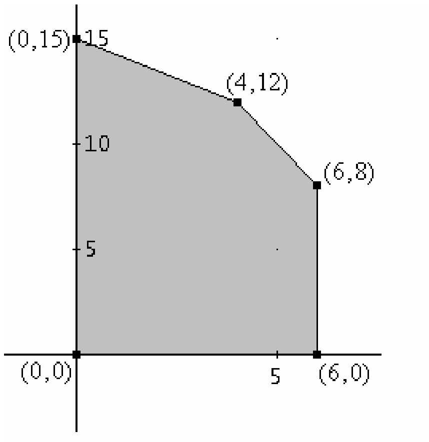
I	II	III
1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Las posibilidades de que coincida solamente una carta en el sobre correcto son 3, por tanto la probabilidad pedida es:

$$p=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Septiembre 2001 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1)



Sustituimos las coordenadas de los vértices en la función objetivo.

$$f(0,0)=2\cdot 0+3\cdot 0=0$$

$$f(6,0)=2\cdot 6+3\cdot 0=12$$

$$f(6,8)=2\cdot 6+3\cdot 8=36$$

$$f(4,12)=2\cdot 4+3\cdot 12=44$$

$$f(0,15)=2\cdot 0+3\cdot 15=45$$

El máximo se alcanza en el punto $(0,15)$ y su valor es 45.

2) Sea "x" la calificación obtenida en la primera pregunta, "y" la calificación obtenida en la segunda y "z" la calificación obtenida en la tercera. Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=6 \\ x&=2y \\ z&=x+y \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x+y+z&=6 \\ x-2y&=0 \\ x+y-z&=0 \end{aligned}\right\}$$

Resolviendo el sistema por el método de Gauss obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3=F_3-F_1]{F_2=F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{aligned} x+y+z&=6 \\ -3y-z&=-6 \\ -2z&=-6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$$

3) El dominio de esta función es $\forall t\in[0,1]$

a) Igualando la función a cero obtenemos el valor de t para el cual el rendimiento es nulo.

$$f(t)=t-t^2=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} t=0 \\ t=1 \end{cases}$$

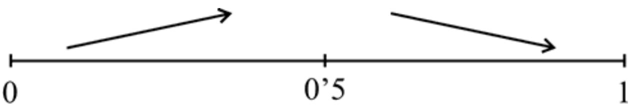
Es decir, puesto que el examen dura una hora, el rendimiento es nulo al comienzo del examen y al final.

b) Derivando la función e igualando a cero obtenemos el valor de t para el cual el rendimiento es máximo.

$$f'(t)=1-2t=0 \qquad t=0'5$$

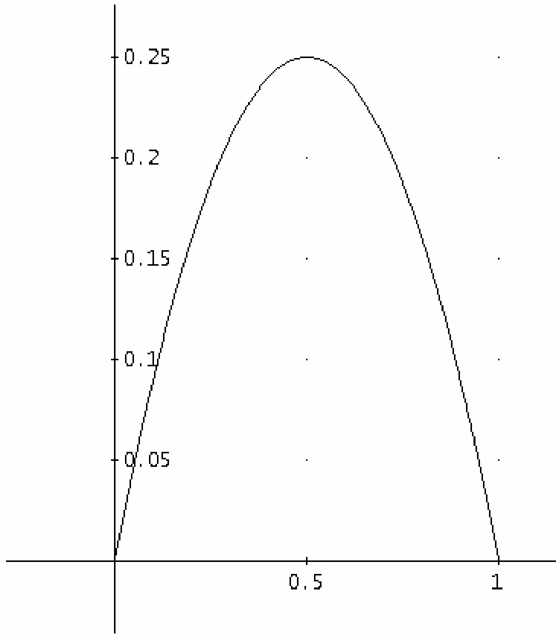
Es decir, puesto que el examen dura una hora, el rendimiento es máximo cuando ha transcurrido la mitad del tiempo que dura el examen.

c)

$f'(0'2) > 0$ 

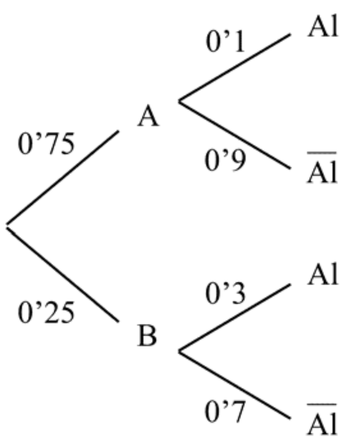
$f'(0'7) < 0$

El rendimiento es creciente $\forall t \in \left]0, 0'5\right[$ y decreciente $\forall t \in \left]0'5, 1\right[$, es decir, el rendimiento crece durante la primera media hora y disminuye en la segunda media hora.



4) Tenemos el siguiente sistema: $\left.\begin{array}{l} p(A)+p(B)=1 \\ p(A)=3p(B) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} p(A)=0'75 \\ p(B)=0'25 \end{array}\right.$

Sea Al el suceso ser alérgico y $\overline{\text{Al}}$ el suceso no ser alérgico.



a) $p(Al) = p(A) \cdot p(Al/A) + p(B) \cdot p(Al/B) = 0'75 \cdot 0'1 + 0'25 \cdot 0'3 = 0'15$

b) $p(A/Al) = \dfrac{p(A) \cdot p(Al/A)}{p(A) \cdot p(Al/A) + p(B) \cdot p(Al/B)} = \dfrac{0'75 \cdot 0'1}{0'75 \cdot 0'1 + 0'25 \cdot 0'3} = 0'5$