Junio 2007 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) $A\cdot A^t-5A^{-1}=\begin{pmatrix}1&2\\-1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\2&3\end{pmatrix}-5\cdot\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&5\\5&10\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&-2\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&7\\4&9\end{pmatrix}$

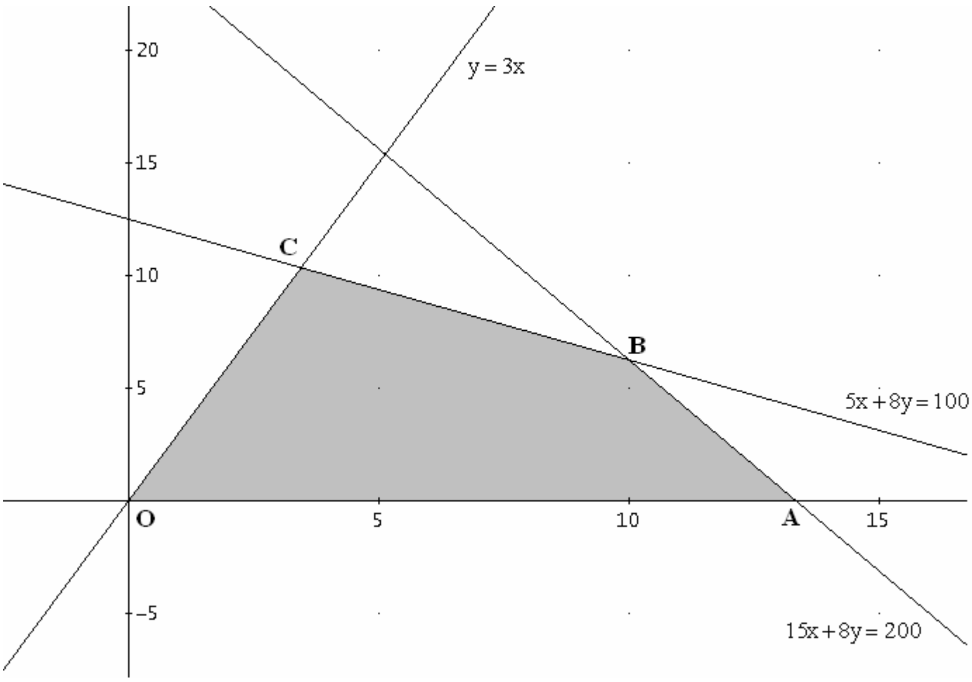
2) Llamamos "x" a la cantidad de toneladas de abono del tipo A e "y" a la cantidad de toneladas de abono del tipo B.

	M_1	M_2
A(x)	500	750
B(y)	800	400
	10000	10000

Tenemos que maximizar la función $F(x,y)=1000x+1000y$ con las siguientes restricciones:

$$\left.\begin{array}{r}500x+800y\le 10000\\750x+400y\le 10000\\y\le 3x\\x\ge 0\\y\ge 0\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}5x+8y\le 100\\15x+8y\le 200\\y\le 3x\\x\ge 0\\y\ge 0\end{array}\right\}$$

Representamos las rectas: $5x+8y=100$ $\quad 15x+8y=200$ $\quad y=3x$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(13'33,0) \qquad \left.\begin{array}{r} 15x+8y=200 \\ 5x+8y=100 \end{array}\right\} \rightarrow B(10,6'25)$$

$$\left.\begin{array}{r} y=3x \\ 5x+8y=100 \end{array}\right\} \rightarrow C(3'44,10'84) \qquad O(0,0)$$

Sustituyendo A, B, C y O en la función objetivo obtenemos:

$$F(13'33,0)=1000\cdot 13'33+1500\cdot 0=13333'33$$

$$F(10,6'25)=1000\cdot 10+1500\cdot 6'25=19375$$

$$F(3'44,10'34)=1000\cdot 3'44+1500\cdot 10'34=18950$$

$$F(0,0)=1000\cdot 0+1500\cdot 0=0$$

Los ingresos máximos se obtienen fabricando 10 toneladas de abono del tipo A y $6'25$ toneladas de abono del tipo B y los ingresos son de 19375 €.

3)

a) Como en cada subintervalo hay una función polinómica, en ellos la función es continua.

En el intervalo $[-4,2]$ la función queda definida como $f(x)=\begin{cases} 2 & -4\le x\le -3 \\ x^2 & -3<x<1 \\ 1 & 1\le x\le 2 \end{cases}$

<u>En $x=-3$</u>

$$f(-3)=2$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -3^-} 2=2 \\ \lim\limits_{x\to -3^+} x^2=9 \end{array}\right\} \rightarrow 2\ne 9 \Rightarrow \nexists \lim_{x\to -1} f(x)$$

<u>En $x=1$</u>

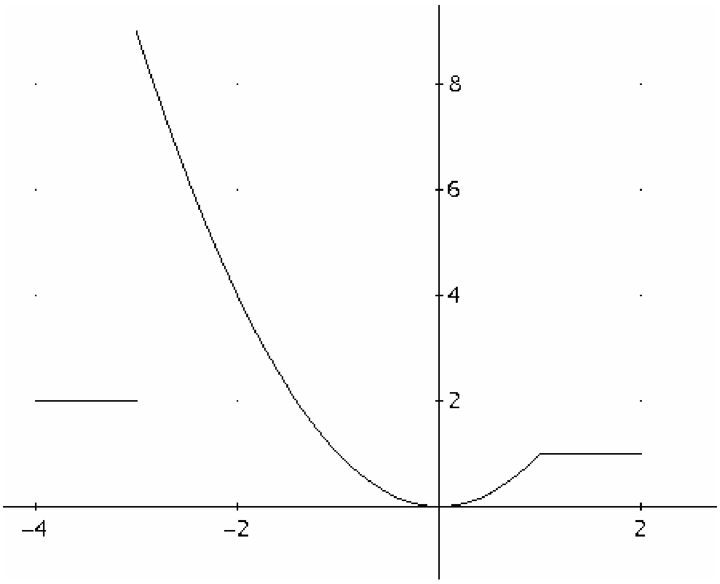
$$f(1)=1$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to +1^-} x^2=1 \\ \lim\limits_{x\to +1^+} 1=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to +1} f(x)=1$$

Como $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)=1$ la función es continua en $x=1$.

<u>Conclusión</u>

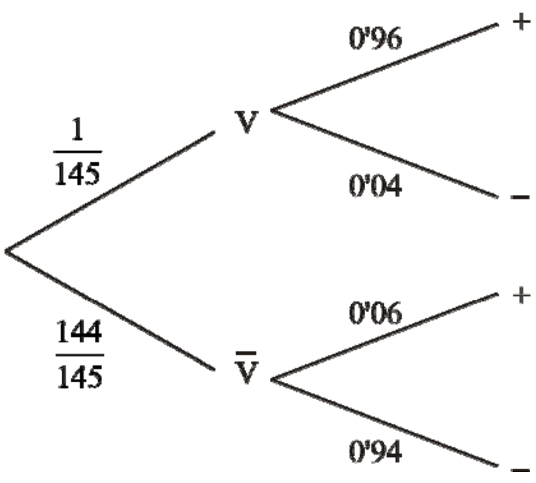
La función es continua $\forall x\in\left[-4,-3\right[\cup\left]-3,2\right]$. En $x=-3$ la función presenta una discontinuidad inevitable de salto finito. Todo lo anterior queda reflejado en la gráfica siguiente:



b) La función $f(x)$ es siempre positiva en el intervalo $[-3,2]$ y el único punto de corte está en el origen, por tanto el área es:

$$A=\int_{-3}^{1}x^2\,dx+\int_{1}^{2}dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-3}^{1}+[x]_1^2=\frac{1}{3}-(-9)+2-1=\frac{31}{3}u^2$$

4) Sea V el suceso “la persona es portadora del virus de la gripe aviar” y + el suceso “el test da positivo”. Construimos el siguiente diagrama en árbol:



a) $p(+)=\frac{1}{145}\cdot 0'96+\frac{144}{145}\cdot 0'06=0'0662$

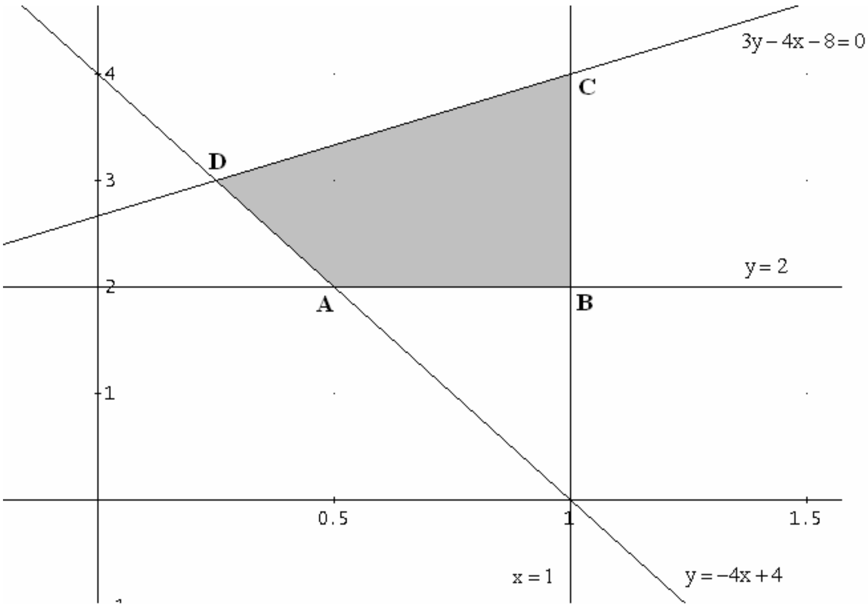
b) $p(V/+)=\frac{p(V\cap +)}{p(+)}=\frac{\frac{1}{145}\cdot 0'96}{0'0662}=0'1$

c) $p(\overline{V}\cap -)=\frac{144}{145}\cdot 0'94=0'9335$

1) $\left.\begin{array}{r} 12000\,x+15000\,y+22000\,z=1265000 \\ x=y+z \\ z=\dfrac{y}{3} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{r} 12\,x+15\,y+22\,z=1265 \\ x-y-z=0 \\ y-3z=0 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ $\left\{\begin{array}{l} x=44 \\ y=33 \\ z=11 \end{array}\right.$

2)

a) Representamos las rectas: $3y-4x-8=0$ $\quad y=-4x+4$ $\quad y=2$ $\quad x=1$



b) Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$\left.\begin{array}{l} y=2 \\ y=-4x+4 \end{array}\right\} \rightarrow A(0'5,2)$ $\qquad$ $\left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=2 \end{array}\right\} \rightarrow B(1,2)$

$\left.\begin{array}{r} x=1 \\ 3y-4x-8=0 \end{array}\right\} \rightarrow A(1,4)$ $\qquad$ $\left.\begin{array}{r} 3y-4x-8=0 \\ y=-4x-4 \end{array}\right\} \rightarrow B(0'25,3)$

c) $f(x,y)=3x-y$

$$F(0'5,2)=3\cdot 0'5-2=-0'5$$

$$F(1,2)=3\cdot 1-2=1$$

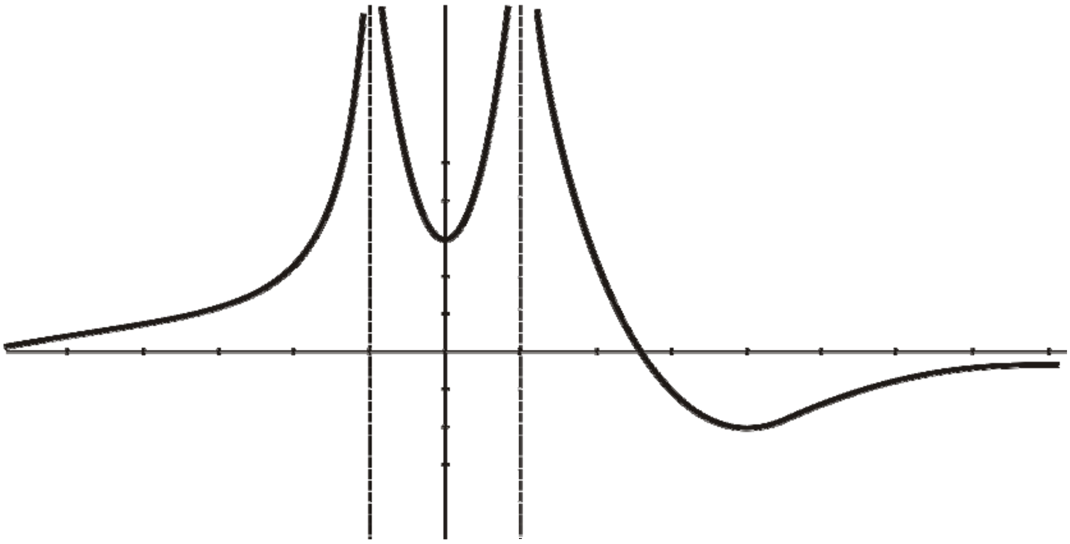
$$F(1,4)=3\cdot 1-4=-1$$

$$F(0'25,3)=3\cdot 0'25-3=-2'25$$

El mínimo se alcanza en el vértice D y su valor es $-2'25$.

3)

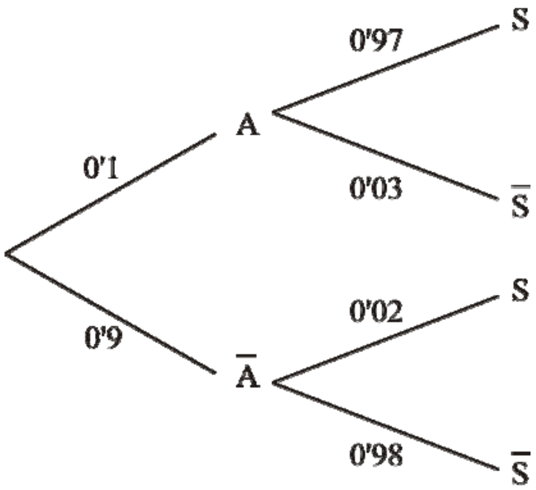
a)



b) La función $f(x)$ es creciente en el intervalo $\left]-\infty,-1\right[\cup\left]0,1\right[\cup\left]4,\infty\right[$

La función $f(x)$ es decreciente en el intervalo $\left]-1,0\right[\cup\left]1,4\right[$

4) Sean A el suceso “hay un incidente en la fábrica” y S el suceso “suena la alarma”.



a) $p(\overline{S})=p(A)\cdot p(\overline{S}/A)+p(\overline{A})\cdot p(\overline{S}/\overline{A})=0'1\cdot 0'03+0'9\cdot 0'98=0'885$

La probabilidad de que no suene la alarma es del $88'5\,\%$.

b) $p(\overline{A}/S)=\dfrac{p(\overline{A}\cap S)}{p(A)\cdot p(S/A)+p(\overline{A})\cdot p(S/\overline{A})}=\dfrac{0'9\cdot 0'02}{0'1\cdot 0'97+0'9\cdot 0'02}=0'1565$

En el supuesto de que haya funcionado la alarma, la probabilidad de que no haya habido ningún incidente es del $15'65\,\%$.