Junio 2004 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) $AXB = 2C \rightarrow A^{-1}AXBB^{-1} = A^{-1}2CB^{-1} \Rightarrow X = 2A^{-1}CB^{-1}$

$$|A| = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -4 \qquad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{Adj}A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(\mathrm{Adj}A)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4 \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad (\mathrm{Adj}B) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(\mathrm{Adj}B)^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = 2A^{-1}CB^{-1} = 2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\left(-\frac{1}{4}\right)\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{2}{16}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

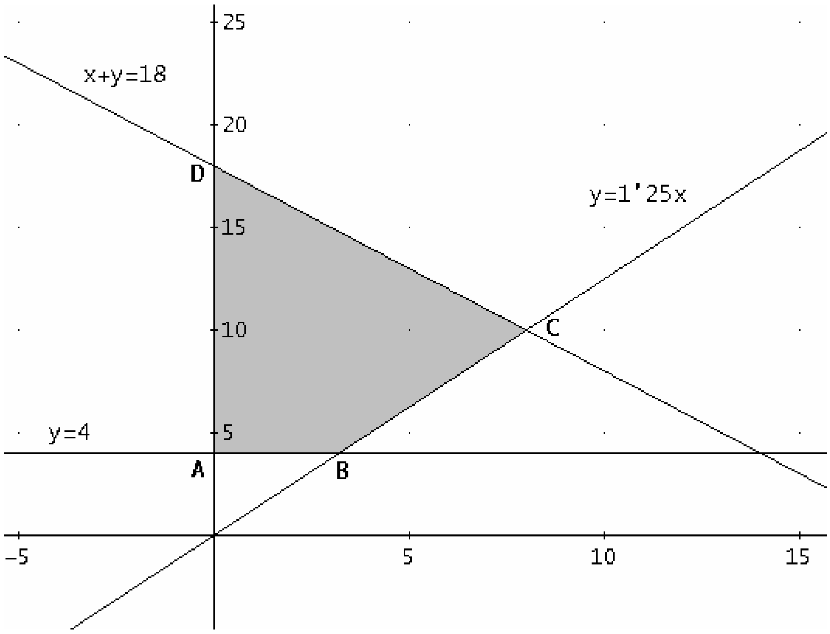
$$X = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 16 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

2) Llamamos “x” al dinero dedicado a préstamos de riesgo alto e “y” al dinero dedicado a préstamos de riesgo medio.

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y) = 0'14x + 0'07y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x+y \le 18 \\ y \ge 4 \\ \dfrac{x}{y} \le \dfrac{4}{5} \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\} \quad \rightarrow \quad \left.\begin{array}{r} x+y \le 18 \\ y \ge 4 \\ 5x-4y \le 0 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x + y = 18 \qquad y = \frac{5}{4}x \qquad y = 4$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$A(0,4) \qquad \left.\begin{array}{r} y=4 \\ y=1'25x \end{array}\right\} \rightarrow B(3'2,4) \qquad \left.\begin{array}{r} x+y=18 \\ y=1'25x \end{array}\right\} \rightarrow C(8,10) \qquad D(0,18)$

Sustituyendo A, B, C y D en la función objetivo obtenemos:

$$F(0,4)=0'14\cdot 0+0'07\cdot 4=0'28 \text{ millones de euros.}$$

$$F(3'2,4)=0'14\cdot 3'2+0'07\cdot 4=0'728 \text{ millones de euros.}$$

$$F(8,10)=0'14\cdot 8+0'07\cdot 10=1'82 \text{ millones de euros.}$$

$$F(0,18)=0'14\cdot 0+0'07\cdot 18=1'26 \text{ millones de euros.}$$

Se deben dedicar 8 millones de euros a los préstamos de riesgo alto y 10 millones a los préstamos de riesgo medio. El beneficio máximo será de $1'82$ millones de euros.

3)

a) La función que define el beneficio anual es la diferencia entre los ingresos y los gastos.

$$B(x)=I(x)-G(x)=28x^2+36000x-(44x^2+12000x+700000)=-16x^2+24000x-700000$$

b) $B'(x)=-32x+24000 \qquad -32x+24000=0 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{24000}{32}=750$ unidades

Para justificar que es máximo lo podemos hacer a través del estudio de la segunda derivada.

$$B''(x)=-32<0 \qquad \Rightarrow \qquad x=750 \text{ es un máximo}$$

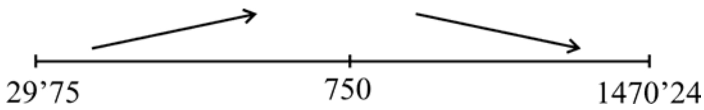
O estudiando los intervalos de monotonía, para lo cual es necesario conocer el dominio de la función. El dominio se calcula igualando la función a cero y calculando sus soluciones.

$$B(x) = -16x^2 + 24000x - 700000 = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x = 29'75 \cong 30 \\ x = 1470'24 \cong 1470 \end{cases}$$

Esto nos indica que los valores que puede tomar la función para obtener algún beneficio (sin pérdidas) están comprendidos entre 30 y 1470 (al ser unidades tienen que ser números enteros).

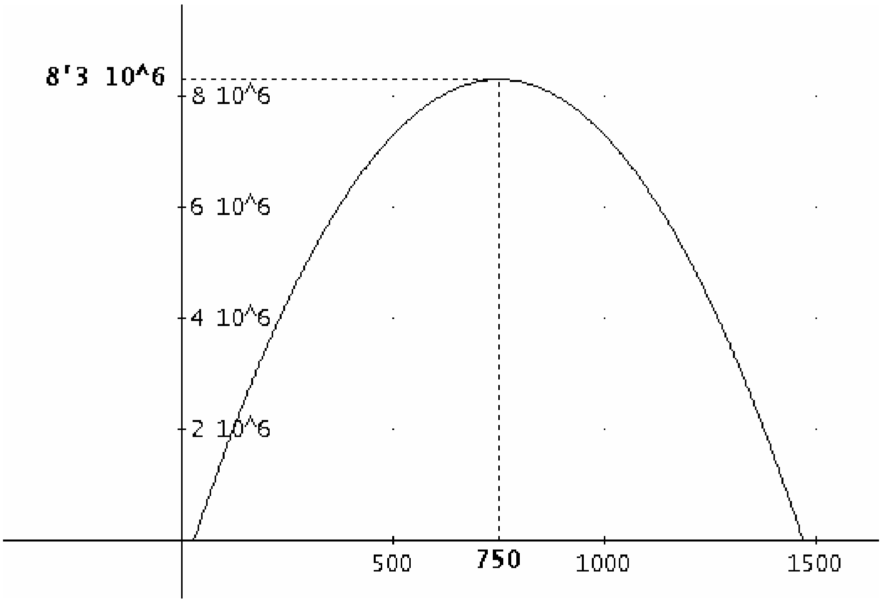
$f'(30) > 0$

$f'(800) < 0$

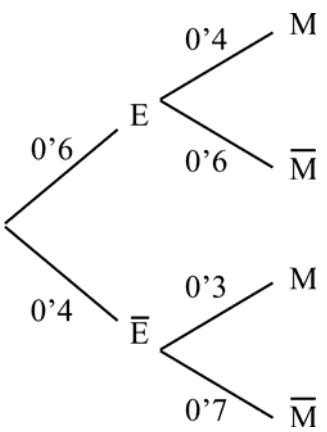


Es decir, se han de vender 750 unidades.

c) El beneficio máximo que obtendrá la multinacional será de: $B(750) = 8300000\,€$



4) Sea E ser español, $\overline{E}$ no ser español, M ser menor de 20 años y $\overline{M}$ tener 20 años o más.



a) $p(M) = 0'6 \cdot 0'4 + 0'4 \cdot 0'3 = 0'36 = 36\%$

b) $p(\overline{E} \cap \overline{M}) = 0'4 \cdot 0'7 = 0'28 = 28\%$

Junio 2004 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Sea x el nº de acciones de la empresa A, "y" el nº de acciones de la empresa B y "z" el nº de acciones de la empresa C.

$$\left.\begin{array}{r} x+z+y=12000 \\ x=2(y+z) \\ 0'04x+0'05y-0'02z=432'5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=12000 \\ x-2y-2z=0 \\ 4x+5y-2z=43250 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema por el método de Gauss obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 12000 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -2 & 43250 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-4F_1]{F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 12000 \\ 0 & -3 & -3 & -12000 \\ 0 & 1 & -6 & -4750 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2+3F_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 12000 \\ 0 & 0 & -21 & -26250 \\ 0 & 1 & -6 & -4750 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=12000 \\ -21z=-26250 \\ y-6z=-4750 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=8000\ € \\ y=2750\ € \\ z=1250\ € \end{array}\right.$$

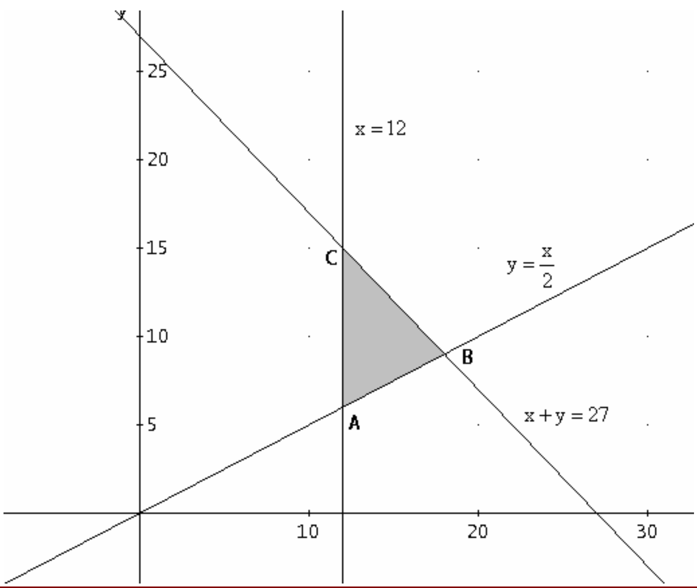
2) Llamamos "x" al nº de vagones que transportan coches e "y" al nº de vagones que transportan motocicletas.

Tenemos que maximizar la función $F(x,y)=540x+360y$ con las siguientes restricciones:

$$\left.\begin{array}{r} x+y\le 27 \\ x\ge 12 \\ y\ge \dfrac{x}{2} \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas:

$$x+y=27 \qquad y=\frac{x}{2} \qquad x=12$$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$\left.\begin{array}{l} x=12 \\ y=\dfrac{x}{2} \end{array}\right\} \rightarrow A(12,6) \qquad \left.\begin{array}{l} x+y=27 \\ y=\dfrac{x}{2} \end{array}\right\} \rightarrow B(18,9) \qquad \left.\begin{array}{l} x=12 \\ x+y=27 \end{array}\right\} \rightarrow C(12,15)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

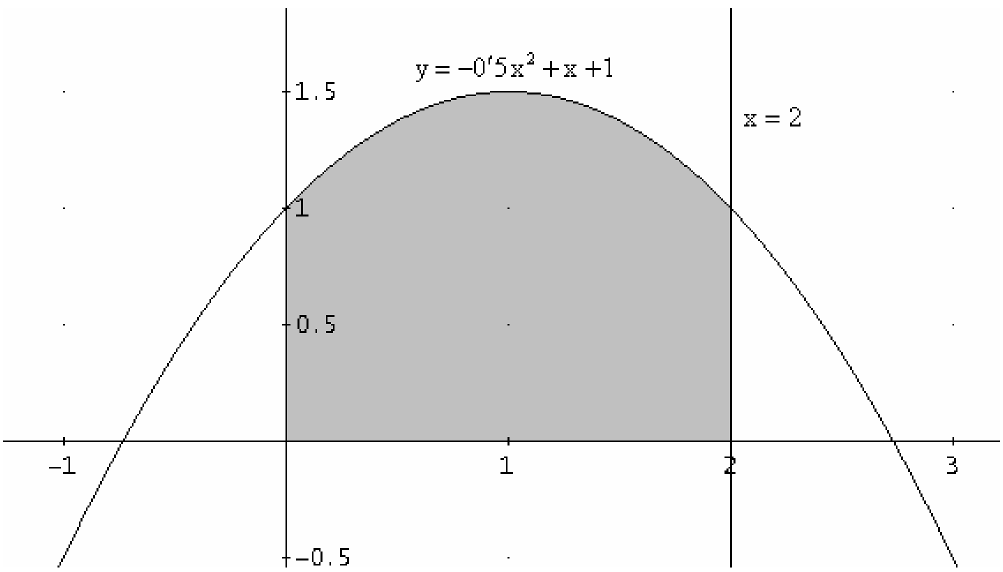
$$F(12,6)=8640 \qquad F(18,9)=12960 \qquad F(12,15)=11880$$

Se tienen que dedicar 18 vagones de coches y 9 vagones de motocicletas y el beneficio es de 12960 €.

3) Representamos gráficamente la función con el área que nos piden calcular.

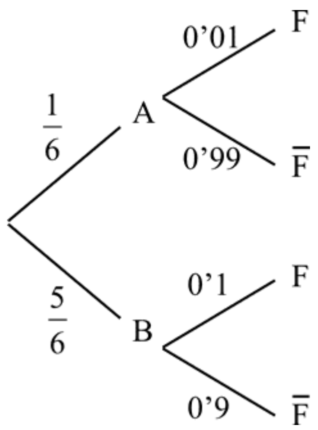
Calculamos los puntos de corte de la parábola con el eje de abscisas.

$$-0'5x^2+x+1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-0'73 \\ x=2'73 \end{cases}$$



Tenemos que calcular $A=\int_0^2 (-0'5x^2+x+1)\,dx=\left[\dfrac{-0'5x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x\right]_0^2=\dfrac{8}{3}\ m^2$

4) Sabemos que $p(A)=\frac{50}{300}=\frac{1}{6}$ $p(B)=\frac{250}{300}=\frac{5}{6}$



a) $p(\overline{F}\cap B)=\frac{5}{6}\cdot 0'9=0'75$

b) $p(A/F)=\dfrac{\frac{1}{6}\cdot 0'01}{\frac{1}{6}\cdot 0'01+\frac{5}{6}\cdot 0'1}=0'019$