Junio 2003 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) $\begin{pmatrix} 3x-2y \\ -2x+y \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3x-2y+x \\ -2x+2y \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \left.\begin{array}{r} 4x-2y=-10 \\ -2x+2y=6 \\ y+z=3 \end{array}\right\}$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 & -10 \\ -2 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_1=F_2]{F_2=F_1} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 6 \\ 4 & -2 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=2F_1+F_2} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2=F_2-2F_3}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -2x+2y=6 \\ -2z=-4 \\ y+z=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-2 \\ y=1 \\ z=2 \end{array}\right.$$

2) Llamamos “x” al número de lámparas fabricadas al mes del tipo A e “y” al número de lámparas fabricadas al mes del tipo B.

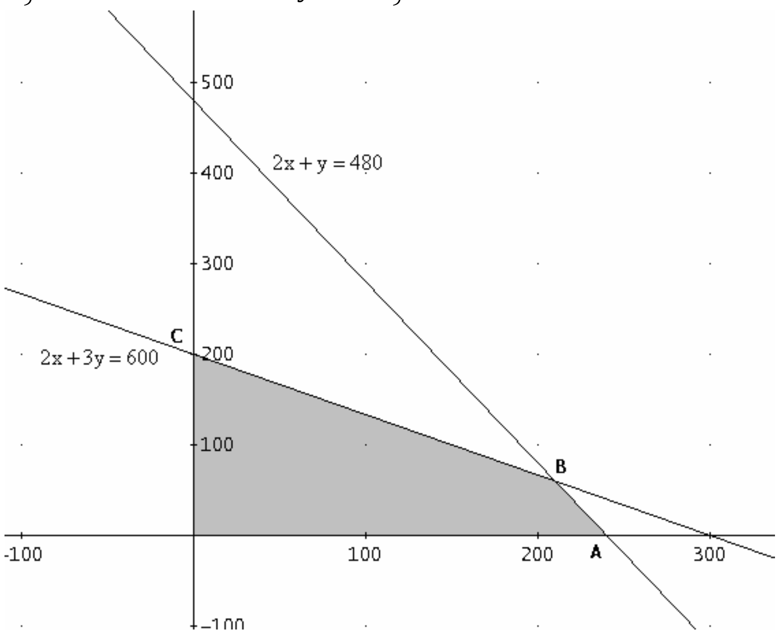
	Cantidad	Trabajo manual	Trabajo de máquina	Beneficio
Modelo A	x	20x	20x	15x
Modelo B	y	30y	10y	10y
Disponible		6000	4800	

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y)=15x+10y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 20x+30y\le 6000 \\ 20x+10y\le 4800 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+3y\le 600 \\ 2x+y\le 480 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas:

$$2x+3y=600 \qquad 2x+y=480$$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(240,0) \qquad \left.\begin{array}{r} 2x+3y=600 \\ 2x+y=480 \end{array}\right\} \rightarrow B(210,60) \qquad C(0,200)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F(240,0)=15\cdot 240+10\cdot 0=3600\,€$$

$$F(210,60)=15\cdot 210+10\cdot 60=3750\,€$$

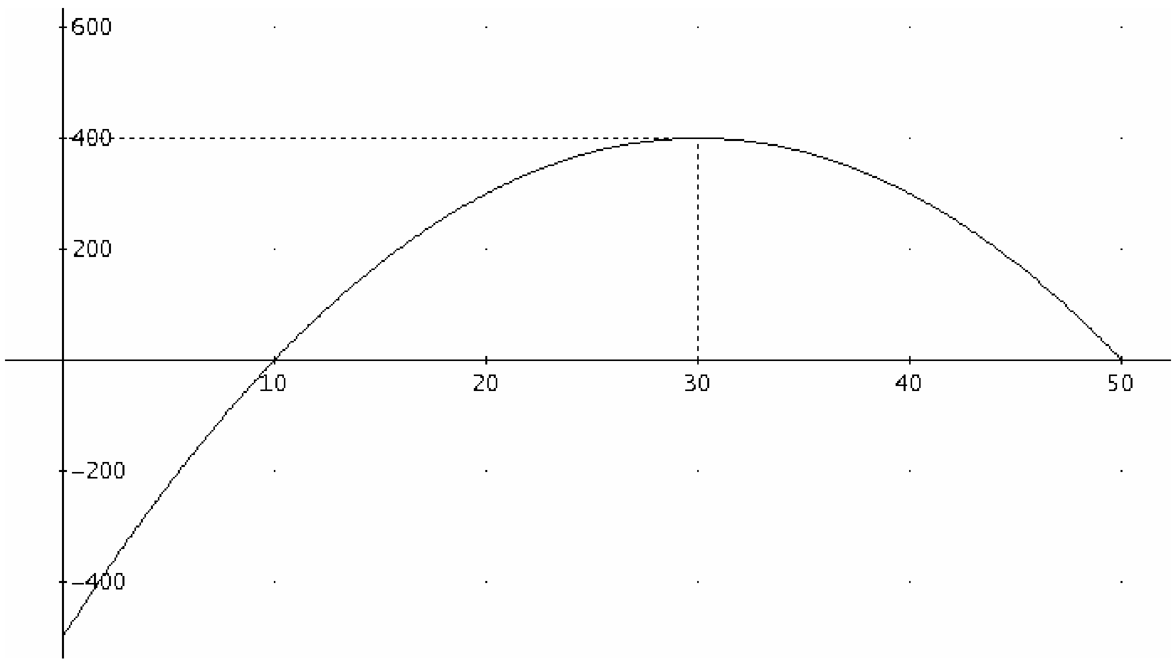
$$F(0,200)=15\cdot 0+10\cdot 200=2000\,€$$

El máximo beneficio es de 3750 € y se obtiene fabricando 210 lámparas del tipo A y 0 lámparas del tipo B

3) $B(x)=(50-x)(x-10)=-x^2+60x-500 \qquad B'(x)=-2x+60=0 \;\Rightarrow\; x=30$

Como $B''(x)=-2<0 \;\Rightarrow\;$ en $x=30$ hay un máximo.

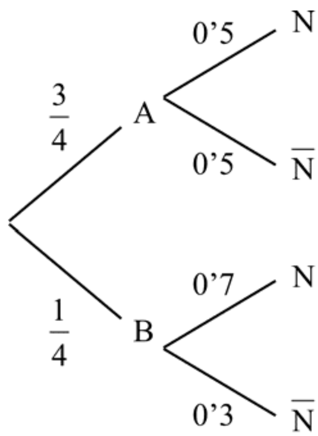
Debe vender $50-30=20$ unidades a 30 € y obtendrá un beneficio máximo de $B(30)=400\,€$



Como se observa en la gráfica si el precio está entre 0 y 10 € hay pérdidas y la ganancia se obtiene cuando el precio está entre 10 y 50 €.

4) Llamemos a la primera biblioteca A y a la segunda B. Sabemos que la probabilidad de escoger A más la probabilidad de escoger B es 1 y además la probabilidad de escoger A es el triple que la de escoger B.

$$\left.\begin{aligned} p(A)+p(B)&=1 \\ p(A)&=3p(B) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} p(A)=\dfrac{3}{4} \\ p(B)=\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

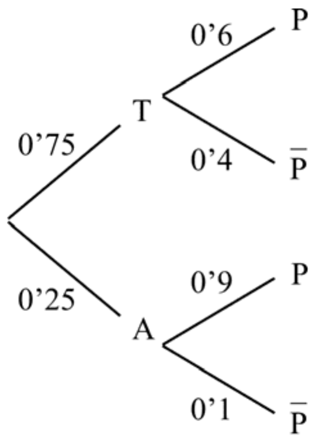


a) $p(N)=p(A)\cdot p(N/A)+p(B)\cdot p(B/N)=\frac{3}{4}\cdot 0'5+\frac{1}{4}\cdot 0'7=0'55$

b) $p(A/N)=\dfrac{p(A)\cdot p(N/A)}{p(A)\cdot p(N/A)+p(B)\cdot p(N/B)}=\dfrac{\frac{3}{4}\cdot 0'5}{\frac{3}{4}\cdot 0'5+\frac{1}{4}\cdot 0'7}=0'6818$

Junio 2003 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

1) Sea “T” acude en transporte, “A” acude andando y “P” llega puntual.



a) $p(A/P)=\dfrac{p(A)\cdot p(P/A)}{p(A)\cdot p(P/A)+p(T)\cdot p(P/T)}=\dfrac{0'25\cdot 0'9}{0'25\cdot 0'9+0'75\cdot 0'6}=\dfrac{1}{3}$

b) $p(\overline{P})=p(T)\cdot p(\overline{P}/T)+p(A)\cdot p(\overline{P}/A)=0'75\cdot 0'4+0'25\cdot 0'1=0'325$

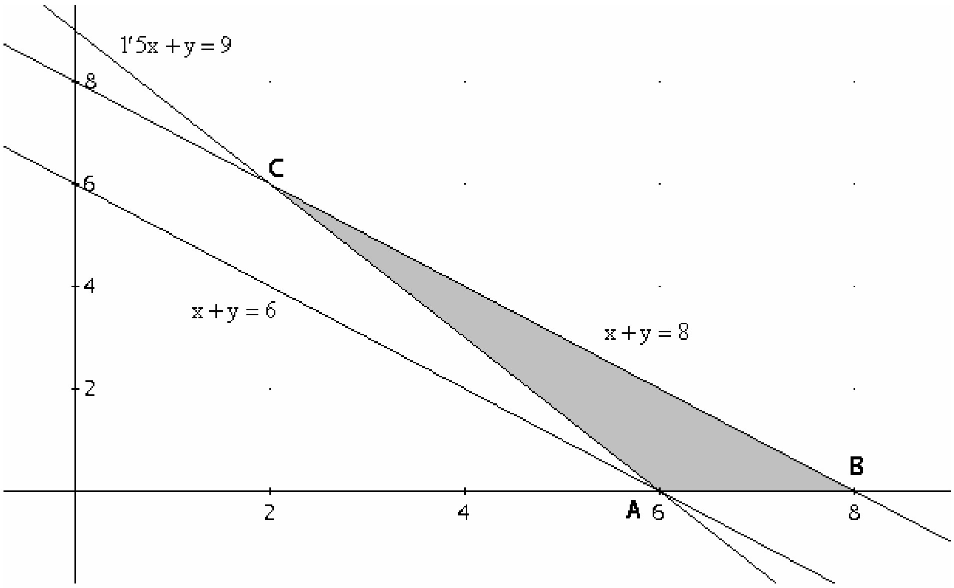
2) Llamamos “x” el nº de pastillas de la marca X e “y” el nº de pastillas de la marca Y.

	Vitamina A	Vitamina B
Marca X	10x	15x
Marca Y	10y	10y
	60	90

La función objetivo a minimizar es: $F(x,y)=0'5x+0'3y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 10x+10y\geq 60 \\ 15x+10y\geq 90 \\ x+y\leq 8 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y\geq 6 \\ 1'5x+y\geq 9 \\ x+y\leq 8 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $x+y=6 \qquad 1'5x+y=9 \qquad x+y=8$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(6,0) \qquad B(8,0) \qquad \left.\begin{array}{r} x+y=8 \\ 1'5x+y=9 \end{array}\right\} \rightarrow C(2,6)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F(6,0)=0'5\cdot 6+0'3\cdot 0=3€ \qquad F(8,0)=0'5\cdot 8+0'3\cdot 0=4€ \qquad F(2,6)=0'5\cdot 2+0'3\cdot 6=2'8€$$

a) Se deben tomar 2 pastillas de la marca X y 6 de la marca Y.

b) El coste mínimo es de $2'8€$

3) Sea "x" lo que cuesta un café, "y" lo que cuesta un cortado y "z" lo que cuesta un café con leche.

$$\left.\begin{array}{r} 2x+2y+z=3 \\ x+y+3z=3'25 \\ x+2y+z=2'45 \end{array}\right\}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3'25 \\ 1 & 2 & 1 & 2'45 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3=F_3-3F_1]{F_2=F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3'25 \\ 0 & 1 & -2 & -0'8 \\ 0 & 0 & -5 & -3'5 \end{pmatrix} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+3z=3'25 \\ y-2z=-0'8 \\ -5z=-3'5 \end{array}\right\}$$

Las soluciones son: $x=0'55 \quad y=0'6 \quad z=0'7$, es decir que el café cuesta 55 céntimos, el cortado 60 céntimos y el café con leche 70 céntimos.

4) Sean "x" e "y" los números.

$$x+y=90 \qquad S=x^2+2y^2$$

$$S=(90-y)^2+2y^2=8100-180y+y^2+2y^2=3y^2-180y+8100$$

$$S'=6y-180=0 \;\Rightarrow\; y=30$$

Como $S''(y)=6>0 \;\Rightarrow\; y=30$ es mínimo, por tanto los números buscados son $x=60$ e $y=30$ y la suma es:

$$S(30)=3\cdot 30^2-180\cdot 30+8100=5400$$