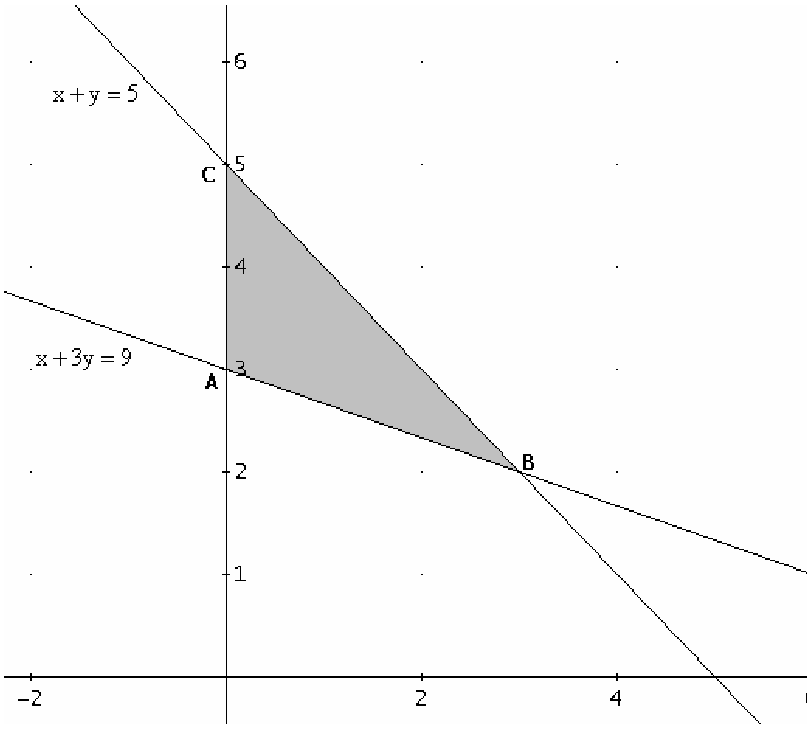
Junio 2002 opción A. Humanidades y Ciencias Sociales.

1)

$$\left.\begin{array}{r} x+y\le 5 \\ x+3y\ge 9 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas:

$$x+y=5 \qquad x+3y=9$$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(0,3) \qquad \left.\begin{array}{r} x+y=5 \\ x+3y=9 \end{array}\right\} \to B(3,2) \qquad C(0,5)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

a) $f(0,3)=2\cdot 0+3\cdot 3=9$ $\qquad f(3,2)=2\cdot 3+3\cdot 2=12$ $\qquad f(0,5)=2\cdot 0+3\cdot 5=15$

El mínimo está en A y el máximo en C.

b) $f(0,3)=3-0=3$ $\qquad f(3,2)=2-3=-1$ $\qquad f(0,5)=5-0=5$

El mínimo está en B y el máximo en C.

2) Sea “x” el nº de viajeros que ha pagado el billete entero, “y” el nº de viajeros que ha pagado el 20% del billete y “z” el nº de viajeros que ha pagado la mitad del billete.

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=500 \\ 9x+1'8y+4'5z=2115 \\ y=2x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=500 \\ 90x+18y+45z=21150 \\ 2x-y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=150 \\ y=300 \\ z=50 \end{array}\right.$$

3) $f(x)=-0'00055x(x-300)=-0'00055x^2+0'165x$

a) $f'(x)=-0'0011x+0'165=0 \quad \rightarrow \quad x=150\,\mathrm{m}$.

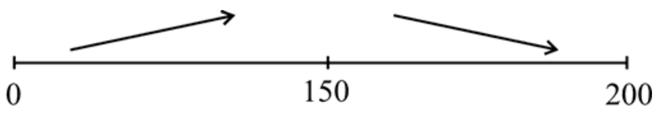
Como $f''(x)=-0'0011<0 \;\Rightarrow\;$ en $x=150$ hay un máximo. La velocidad máxima se alcanza a los 150 m.

La velocidad máxima es $f(150)=-0'00055(150)^2+0'165\cdot 150=12'375\ \mathrm{m/s}$

b) Puesto que la carrera es de 200 m el dominio es $\forall x\in[0,200]$

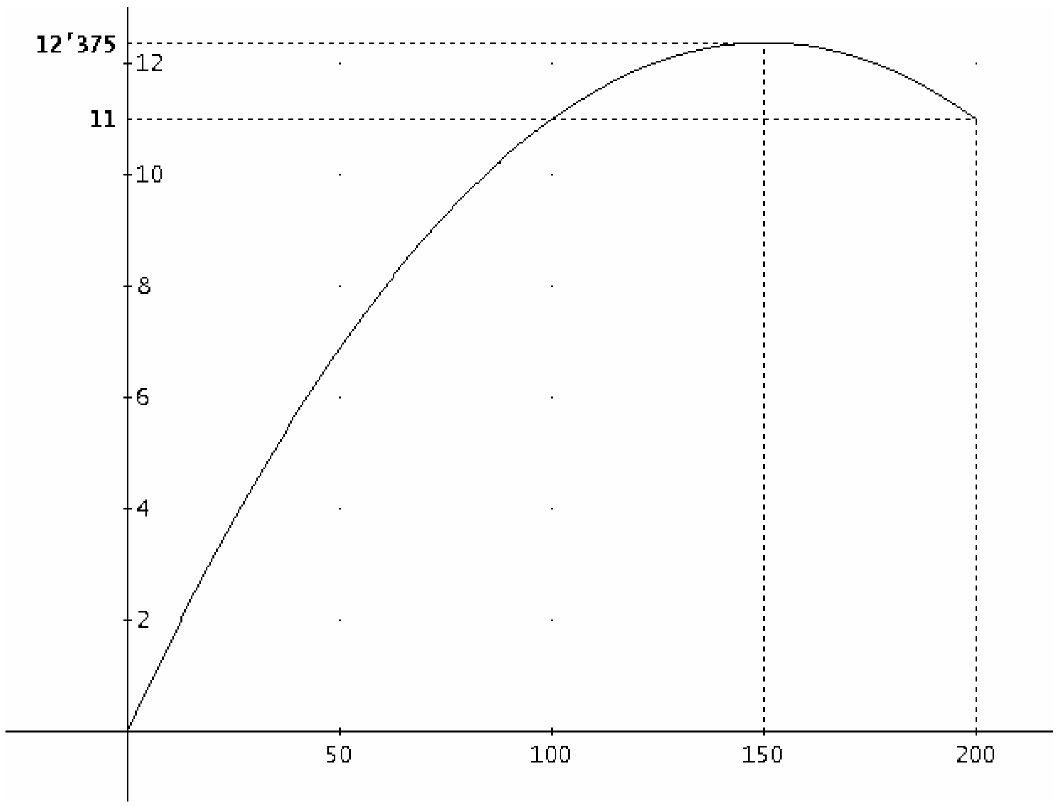
$f'(100)>0$

$f'(175)<0$

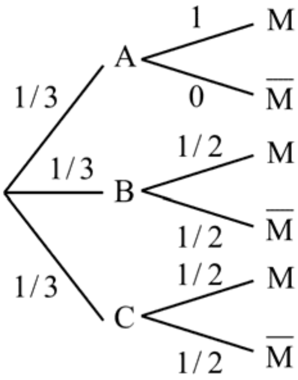


La velocidad aumenta $\forall x\in]0,150[$ y disminuye $\forall x\in]150,200[$

c) $f(200)=-0'00055(200)^2+0'165\cdot 200=11\ \mathrm{m/s}$



4) Llamamos M al suceso emitir música.



a) $p(M)=p(A)\cdot p(M/A)+p(B)\cdot p(M/B)+p(C)\cdot p(M/C)=\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$

b) $p(B/\overline{M})=\dfrac{p(B)\cdot p(\overline{M}/B)}{p(A)\cdot p(\overline{M}/A)+p(B)\cdot p(\overline{M}/B)+p(C)\cdot p(\overline{M}/C)}=\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}\cdot 0+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$

Junio 2002 opción B. Humanidades y Ciencias Sociales.

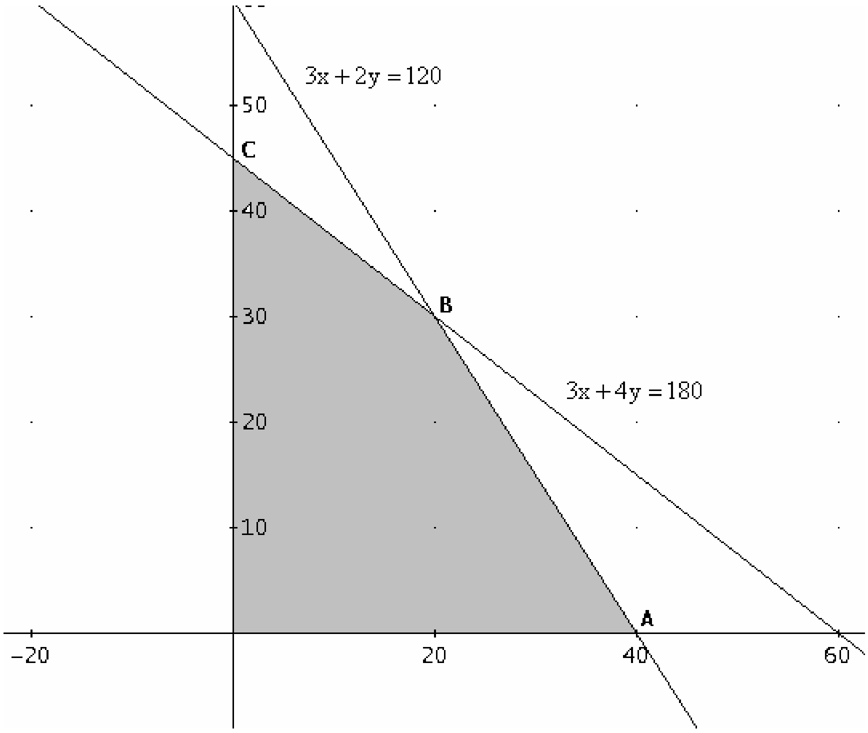
1) Llamamos "x" el nº de paquetes de tipo A e "y" el nº de paquetes del tipo B.

	Con cafeina	Sin cafeina
Tipo A (x)	3x	3x
Tipo B (y)	2y	4y
	120	180

La función objetivo a maximizar es: $F(x,y)=6x+5y$ con las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2y\le 120 \\ 3x+4y\le 180 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos gráficamente las rectas $3x+2y=120$ $\quad 3x+4y=180$



Calculamos los puntos de corte de las rectas correspondientes a los vértices de la región factible.

$$A(40,0) \qquad \left.\begin{array}{r} 3x+4y=180 \\ 3x+2y=120 \end{array}\right\} \rightarrow B(20,30) \qquad C(0,45)$$

Sustituyendo A, B y C en la función objetivo obtenemos:

$$F(40,0)=6\cdot 40+5\cdot 0=240 \qquad F(20,30)=6\cdot 20+5\cdot 30=270 \qquad F(0,45)=6\cdot 0+5\cdot 45=225$$

La ganancia máxima se obtiene vendiendo 20 paquetes del tipo A y 30 del tipo B y es de 270 €.

2)

a) La ecuación de la recta AB será de la forma $y = a\,x + b$

El punto A pertenece a la recta AB, por tanto: $(0,1) \;\rightarrow\; 1 = a \cdot 0 + b \;\Rightarrow\; b = 1$

El punto B pertenece a la recta AB, por tanto: $(1,2) \;\rightarrow\; 2 = a \cdot 1 + b \;\Rightarrow\; a = 1$

La ecuación de la recta AB es $y = x + 1$ cuya pendiente es 1 (coeficiente de la x).

Una recta paralela a AB tendrá de pendiente 1, es decir: $y = x + b$

Como pasa por el punto $C(3,0) \;\rightarrow\; 0 = 3 + b \;\rightarrow\; b = -3 \;\Rightarrow\; y = x - 3$

b) El punto de intersección se calcula resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} y = x + 1 \\ y = x - 3 \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{11}{4} \\ y = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$$

3) $f(t) = 2'1t^2 + 0'8t - 1 \qquad 0 \le t \le 9$

a) $TVM[0,9] = \dfrac{f(9) - f(0)}{9 - 0} = \dfrac{2'1 \cdot 9^2 + 0'8 \cdot 9 - 1 - (-1)}{9} = 19'7$

b) $TVM[7,9] = \dfrac{f(9) - f(7)}{9 - 7} = \dfrac{2'1 \cdot 9^2 + 0'8 \cdot 9 - 1 - (2'1 \cdot 7^2 + 0'8 \cdot 7 - 1)}{2} = 34'4$

c) A la vista de los resultados vemos que existe un aumento del beneficio en los dos últimos años muy superior a la media durante los 9 años.

4) Se trata de una distribución binomial $B\left(4, \dfrac{1}{3}\right)$ siendo $\dfrac{1}{3}$ la probabilidad de acertar y por tanto $1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$ la de no acertar. Nos piden $p(X \ge 2)$.

$$p(X \ge 2) = 1 - \big(p(X = 0) + p(X = 1)\big) = 1 - \left(\binom{4}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^4 + \binom{4}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3\right) = 0'4074$$